ФИЗИКА

Г. Я. Мякишев, А. З. Синяков

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

11 класс



ФИЗИКА

Г. Я. Мякишев, А. З. Синяков

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ



Учебник

Рекомендовано
Министерством просвещения
Российской Федерации

7-е издание, стереотипное

Москва
ДРОФА
2019



ВВЕДЕНИЕ

При колебательных процессах состояния системы через определённые промежутки времени повторяются точно или почти точно. Когда колебательный процесс распространяется в пространстве с течением времени, то говорят о *распространении волн*.

Колебательные движения часто встречаются в природе и технике. Колеблются маятники часов, грузы на пружинах, ветки деревьев, наше сердце и т. д. Широко распространены электромагнитные колебания: совершает колебания сила тока в электрической цепи, электронный луч в кинескопах телевизоров и т. д. Наконец, быть может, реализуется самый грандиозный колебательный процесс: периодически расширяется и сжимается наша Вселенная.

Широко распространены также волновые процессы: существуют волны на поверхности воды и внутри твёрдых, жидких и газообразных тел. Звук — это волновой процесс. Радиосвязь осуществляется посредством электромагнитных волн, а свет является частной формой этих же волн.

Замечательно, что **колебания и волны независимо от их природы описываются количественно одними и теми же уравнениями!** Именно поэтому целесообразно рассматривать колебания и волны различной природы совместно. В современной физике выделился специальный раздел — *физика колебаний*. В нём изучаются колебания (и волны) различной природы с единой точки зрения.

Физика колебаний имеет очень большое практическое значение. Она занимается исследованием вибраций сооружений и механизмов; её выводы лежат в основе электротехники переменных токов и радиотехники. Не меньшее значение имеет изучение волн: акустических (звуковых), радиоволн и света.

Почему колебательные и волновые процессы часто встречаются в природе и технике? И почему они описываются математически одинаковыми законами? Ответить на эти общие вопросы нелегко.

Колебания возникают в системах всегда, если эти системы обладают устойчивыми положениями равновесия. Тогда при отклонении от положения равновесия возникает сила, возвращающая систему к положению равновесия. Из-за присущей телам инертности они «проскакивают» положение рав-

новесия, и отклонение происходит в противоположном направлении. Процесс начинает периодически повторяться.

Существует большой класс явлений, при которых движение происходит в ограниченных областях пространства. К их числу относятся колебания. Другой класс процессов не связан с движением в малой ограниченной области. Например, падение камня, движение автомобиля или поезда, столкновения молекул газа. Видимо, относительная устойчивость и развитие нашего мира связано с тем, что имеются движения того и другого типа.

Единая математическая форма уравнений, описывающих механические и электромагнитные колебания, связана с тем, что в том и другом случае мы имеем дело с системами, обладающими положениями устойчивого равновесия. Вблизи положения равновесия потенциальная кривая имеет во всех случаях одну и ту же форму. Это и приводит к тождественности математических уравнений, описывающих колебательный процесс. Общими оказываются и уравнения, описывающие развитие колебательных процессов в пространстве с течением времени, т. е. процесс распространения волн.

? Изобразите в виде структурно-логической схемы взаимосвязи между следующими понятиями: «колебания», «волны», «положение устойчивого равновесия», «потенциальная кривая», «математические уравнения».

Глава 1

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Для колебаний характерно, что колеблющееся тело, например маятник, попеременно смещается то в одну, то в другую сторону. При вращении тела движение также периодически повторяется, но смещений в противоположные стороны относительно положения равновесия не происходит.
Колебательное и вращательное движения вызываются силами, которые, как правило, по-разному зависят от расстояний между телами.

§ 1.1. КЛАССИФИКАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ

По характеру физических процессов в системе, которые вызывают колебательные движения, различают три основных вида колебаний: свободные, вынужденные и автоколебания.

Свободные колебания

Самым простым видом колебаний являются свободные колебания. Свободные колебания возникают в системе под действием внутренних сил после того, как система выведена из положения равновесия. Такие колебания совершает груз,

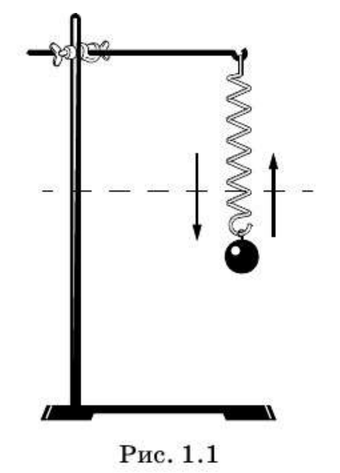


Рис. 1.1

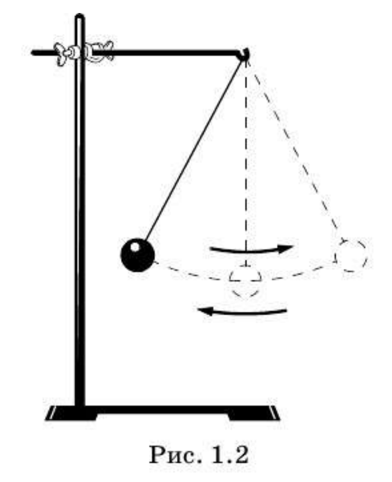


Рис. 1.2

подвешенный на пружине (рис. 1.1), шарик, подвешенный на нити (маятник) (рис. 1.2) и др.



Эти системы обладают положением устойчивого равновесия, в котором действующие на тело силы взаимно уравновешены. Сила тяжести $\vec{F}$, действующая на шарик, уравновешена или силой упругости растянутой пружины $\vec{F}_0$ (рис. 1.3), или силой натяжения нити маятника $\vec{F}_0$ (рис. 1.4). При выведении системы из положения равновесия начинают действовать силы, направленные к этому положению. В результате и возникают колебания.



Рассмотрим подробнее, почему возникают колебания, например, шарика, подвешенного на пружине. Если смес-

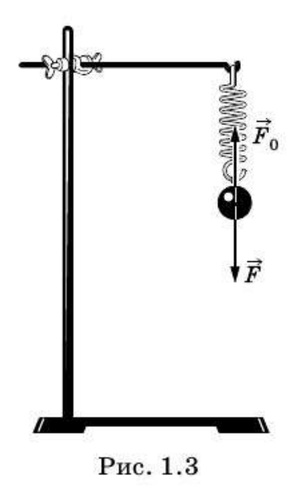


Рис. 1.3

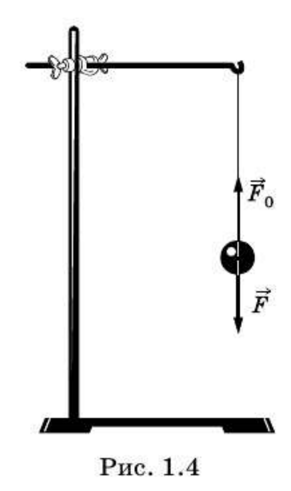


Рис. 1.4

тить шарик вниз так, чтобы длина пружины увеличилась на x (рис. 1.5), то на шарик начнёт действовать дополнительная сила упругости $\vec{F}_у$, модуль которой пропорционален согласно закону Гука удлинению пружины. Эта сила направлена вверх, и под её воздействием шарик с ускорением начнёт двигаться вверх, постепенно увеличивая скорость. Сила при этом будет уменьшаться, так как пружина сокращается. В момент, когда шарик достигнет положения равновесия, сумма всех сил, действующих на него, станет равной нулю. Следовательно, и ускорение шарика согласно второму закону Ньютона станет равным нулю.

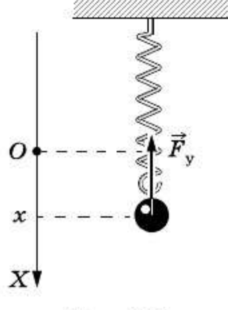


Рис. 1.5

Но к этому моменту скорость шарика уже достигнет некоторого значения. Поэтому, не останавливаясь в положении равновесия, он будет по инерции продолжать подниматься вверх. Пружина при этом сжимается, и в результате появляется сила, направленная уже вниз и тормозящая движение шарика (рис. 1.6). Эта сила, а значит, и направленное вниз ускорение увеличиваются прямо пропорционально абсолютному значению смещения x шарика относительно положения равновесия. Скорость убывает до тех пор, пока в самой верхней точке не обратится в нуль. После этого шарик с ускорением начнёт двигаться вниз. С уменьшением x модуль силы $\vec{F}_у$ убывает и в положении равновесия опять обращается в нуль. Но шарик уже успевает к этому моменту набрать скорость и продолжает двигаться вниз. Это движение приводит к дальнейшему растяжению пружины и к появлению силы, направленной вверх. Движение шарика тормозится до полной остановки в крайнем нижнем положении, после чего весь процесс повторяется сначала.

Если бы не существовало трения, то движение шарика не прекратилось бы никогда. Однако трение в системе есть, причём сила трения как при движении шарика вверх, так и при движении вниз всё время направлена против скорости. Она тормозит движение шарика, и поэтому размах его колебаний постепенно умень-

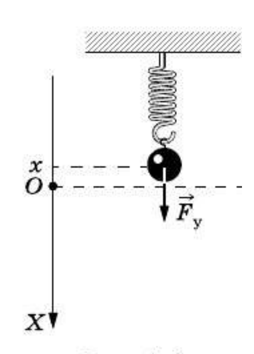


Рис. 1.6

шается до тех пор, пока движение не прекратится. При малом трении затухание становится заметным лишь после того, как шарик совершит много колебаний. И если интересоваться движением шарика на протяжении не очень большого интервала времени, то затуханием его колебаний можно пренебречь. В этом случае влияние силы трения на движение можно не учитывать.

Если же сила трения велика, то пренебречь её действием и в течение малых интервалов времени нельзя. Опустите шарик на пружине в стакан с вязкой жидкостью, например с глицерином. Если пружина достаточно мягкая, то выведенный из положения равновесия шарик совсем не будет колебаться. Под действием силы упругости он просто вернётся в положение равновесия, но выше уже подниматься не будет; за счёт действия силы трения скорость его в положении равновесия будет практически равна нулю.

Теперь можно сообразить, что же является существенным для того, чтобы в системе могли возникнуть свободные колебания. Необходимо выполнение двух условий. *Во-первых*, при выведении тела из положения равновесия в системе должна возникать сила, направленная к положению равновесия и, следовательно, стремящаяся возвратить тело в положение равновесия. Именно так действует в рассмотренной нами системе сила упругости пружины и сила тяжести: и при перемещении шарика вверх, и при его перемещении вниз результирующая сила направлена к положению равновесия. *Во-вторых*, трение в системе должно быть достаточно мало, иначе колебания быстро затухнут или даже не возникнут. Незатухающие колебания возможны лишь при отсутствии трения.

Оба условия являются общими, справедливыми для любой системы, в которой могут возникнуть свободные колебания. Проверьте это самостоятельно на другой простой системе — маятнике. Нужно при этом иметь в виду, что шарик на нити будет представлять собой маятник лишь в том случае, если на него действует сила тяжести. Создающий эту силу земной шар входит в колебательную систему, которую для краткости мы называем просто маятником.

Вынужденные колебания

Колебания, совершаемые телами под действием внешних периодически изменяющихся сил, называются *вынужденными*.

Такие колебания будет, например, совершать книга на столе, если мы начнём двигать её вперёд и назад рукой. Колебания книги в данном случае вызваны действием силы со стороны руки, которая меняется по модулю и направлению. Вынужденными колебаниями являются также колебания поршней в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания, иглы швейной машины и т. д. Особый интерес, как мы увидим в дальнейшем, представляют вынужденные колебания в системе, способной совершать свободные колебания.

Автоколебания

Наиболее сложным видом колебаний являются автоколебания. *Автоколебаниями называются незатухающие колебания, которые могут существовать в системе без воздействия на неё внешних периодических сил.* Автоколебания поддерживаются в системе за счёт внешнего источника энергии и не затухают, несмотря на действие сил трения. Наиболее известной автоколебательной системой являются часы с маятником или балансиром. Автоколебания мы рассмотрим в конце этой главы.

? 1. Какой(ие) признак(и) положен(ы) в основание классификации колебаний: свободные, вынужденные и автоколебания?
2. Каким условиям удовлетворяет система, в которой могут возникнуть свободные колебания?

§ 1.2. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГРУЗА, ПОДВЕШЕННОГО НА ПРУЖИНЕ

Для того чтобы описать колебания тела, например груза на пружине или шарика на нити, количественно, нужно воспользоваться законами механики Ньютона.

Согласно второму закону Ньютона, произведение массы тела m на ускорение $\vec{a}$ равно действующей на тело силе $\vec{F}$:

$$m\vec{a} = \vec{F}. \qquad (1.2.1)$$

Второй закон Ньютона (1.2.1) непосредственно описывает движение тела, размеры которого не оказывают существенного влияния на характер движения. В таком случае тело можно считать материальной точкой.

Чтобы записать второй закон Ньютона для проекций на оси координат, надо выбрать подходящую систему отсчёта, относительно которой уравнение движения выглядит особенно просто и потому удобно для решения. Далее надо выяснить, как модули и направления сил зависят от положения (координат) тела и его скорости. Если тело движется вдоль прямой, как в случае колебаний груза на пружине, то сделать это нетрудно.

Запишем уравнение движения для груза на пружине. На груз действуют сила упругости $\vec{F}_у$ и сила тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$. Действием трения пренебрежём. Направим ось X вертикально вниз (рис. 1.7). Начало отсчёта (точку O) выберем на уровне положения равновесия. В положении равновесия пружина растянута на величину x_0, значение которой определяется из закона Гука: $kx_0 = mg$, где k — жёсткость пружины, m — масса груза, а g — ускорение свободного падения. Отсюда

$$x_0 = \frac{mg}{k}. \qquad (1.2.2)$$

Проекция силы упругости

$$(F_у)_x = -k(x_0 + x),$$

где x — координата груза относительно положения равновесия. Величина $x_0 + x$ представляет собой удлинение пружины (см. рис. 1.7).

Уравнение движения груза запишется так:

$$ma_x = -k(x + x_0) + mg. \qquad (1.2.3)$$

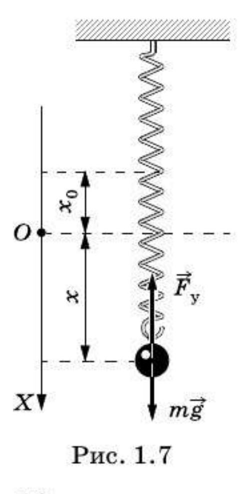


Рис. 1.7

Подставляя в это уравнение значение x_0 из выражения (1.2.2), получим окончательно:

$$ma_x = -kx. \qquad (1.2.4)$$

Уравнение движения не содержит силы тяжести. Сила тяжести, действуя на груз, вызывает растяжение пружины на постоянную величину. Но это не влияет на характер движения груза. Просто колебания происходят относительно положения равновесия тела при растянутой на x_0 пружине. В отсутствие тяготения урав-

нение движения (1.2.4) имело бы точно такую же форму, но только колебания происходили бы относительно конца нерастянутой пружины. Наличие силы тяжести несущественно для колебаний груза на пружине в отличие от колебаний маятника.

Масса m и жёсткость пружины k — постоянные величины. Разделив левую и правую части уравнения (1.2.4) на m и введя новое обозначение

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \tag{1.2.5}$$

получим:

$$\boxed{a_x = -\omega_0^2 x.} \tag{1.2.6}$$

Это уравнение колебаний груза на пружине. Оно очень простое: **ускорение груза прямо пропорционально его координате x, взятой с противоположным знаком.** Самым замечательным является то, что такие же (с точностью до обозначений) уравнения описывают свободные колебания самых различных систем, в частности колебания математического маятника.

Постоянная ω_0 имеет важный физический смысл. Как мы впоследствии узнаем, — это *циклическая частота колебаний груза*. Она выражается в секундах в минус первой степени (c^{-1}).

? 1. Покажите, что в соответствии с уравнением (1.2.6) происходят при отсутствии сил сопротивления как вертикальные, так и горизонтальные колебания груза на пружине.
2. Опираясь на выражение (1.2.5), выведите единицу циклической частоты колебаний груза.

§ 1.3. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Рассмотрим простой маятник — шарик, подвешенный на длинной прочной нити. Если размеры шарика много меньше длины нити, то этими размерами можно пренебречь и рассматривать шарик как материальную точку. Растяжением нити также можно пренебречь, так как оно очень мало. Можно пренебречь и её массой по сравнению с массой шарика. Таким образом, вместо реального маятника — шарика опре-

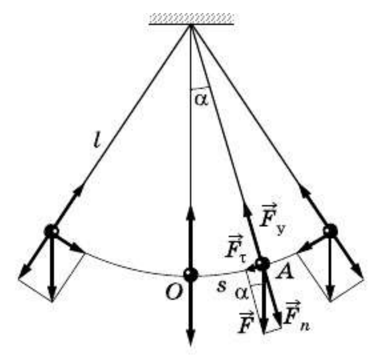


Рис. 1.8

делённого размера на нити, которая, конечно, немного деформируется при движении и имеет массу, мы вправе рассматривать простую модель: материальную точку, подвешенную на нерастяжимой невесомой нити. Такая модель маятника называется *математическим маятником* в отличие от реального маятника, называемого *физическим*. Маленький шарик на длинной тонкой нити должен вести себя практически так же, как и математический маятник. Выведем маятник из положения равновесия и отпустим. На шарик будут действовать две силы: сила тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, и сила упругости нити $\vec{F}_у$, направленная вдоль нити (рис. 1.8). Конечно, при движении маятника на него ещё действует сила трения. Но мы будем считать её пренебрежимо малой.



Силу тяжести $\vec{F}$ удобно разложить на две составляющие: тангенциальную $\vec{F}_τ$, направленную по касательной к траектории перпендикулярно нити, и нормальную $\vec{F}_n$, направленную вдоль нити. Сила упругости нити $\vec{F}_у$ и составляющая силы тяжести $\vec{F}_n$ перпендикулярны к скорости маятника и сообщают ему нормальное ускорение. Действие этих сил не меняет скорости маятника по модулю, а приводит лишь к изменению направления скорости. Вектор скорости непрерывно поворачивается, так что в любой момент времени скорость направлена по касательной к дуге окружности — траектории маятника.

Тангенциальная составляющая $\vec{F}_τ$ силы тяжести создаёт тангенциальное ускорение, характеризующее изменение

скорости по модулю. Она всегда направлена к положению равновесия, и именно она вызывает колебания маятника.

При колебаниях шарика на нерастяжимой нити он всегда движется по дуге окружности, радиус которой равен длине нити l. Поэтому положение (координата) шарика в любой момент определяется одной величиной — углом α отклонения нити от вертикали (см. рис. 1.8). Будем считать угол α положительным, если маятник отклонён вправо от положения равновесия, и отрицательным, если он отклонён влево.

Уравнение для тангенциальной составляющей ускорения

Тангенциальная составляющая силы тяжести в момент, когда нить маятника отклонена от положения равновесия на угол α, выражается так:

$$F_\tau = -F\sin\alpha = -mg\sin\alpha. \qquad (1.3.1)$$

(Мы считаем значение проекции положительным, если составляющая силы направлена слева направо.) Знак «–» в уравнении (1.3.1) стоит потому, что F_τ и α имеют противоположные знаки. При отклонении маятника вправо ($\alpha > 0$) составляющая $\vec{F}_\tau$ силы тяжести направлена влево и её проекция отрицательна: $F_\tau < 0$. При отклонении маятника влево ($\alpha < 0$) эта проекция положительна: $F_\tau > 0$.

Согласно второму закону Ньютона

$$ma_\tau = F_\tau,$$

или

$$ma_\tau = -mg\sin\alpha. \qquad (1.3.2)$$

Разделив левую и правую части этого уравнения на m, получим:

$$a_\tau = -g\sin\alpha. \qquad (1.3.3)$$

До сих пор считалось, что углы отклонения нити от вертикали могут быть любыми. В дальнейшем будем считать их малыми. При малых углах, если выражать угол α в радианах, $\sin\alpha \approx \alpha$. Следовательно,

$$a_\tau = -g\alpha. \qquad (1.3.4)$$

Смещение шарика маятника от положения равновесия можно характеризовать не только углом, но и величиной, измеряемой длиной дуги OA (см. рис. 1.8), взятой со знаком

«+», если шарик смещается от положения равновесия вправо, и со знаком «−», если он смещается влево. Очевидно, что

$$\alpha = \frac{s}{l}, \qquad (1.3.5)$$

где s — длина дуги OA.

Подставив в уравнение (1.3.4) это значение α, получим:

$$a_\tau = -\frac{g}{l}s. \qquad (1.3.6)$$

Введя обозначение

$$\frac{g}{l} = \omega_0^2, \qquad (1.3.7)$$

приходим к окончательному виду уравнения движения маятника при малых углах отклонения от положения равновесия:

$$a_\tau = -\omega_0^2 s. \qquad (1.3.8)$$

Это уравнение имеет такой же вид, как и уравнение (1.2.6) движения шарика, прикреплённого к пружине. Здесь только вместо проекции ускорения a_x стоит тангенциальное ускорение a_τ и вместо координаты x — величина s. Да и ω_0^2 зависит уже не от жёсткости пружины и массы груза, а от ускорения свободного падения и длины нити. Но по-прежнему ускорение прямо пропорционально смещению (определяемому дугой) шарика от положения равновесия. Если бы мы в случае маятника обозначили тангенциальное ускорение через a_x, а дугу через x, то оба уравнения (1.2.6) и (1.3.8) были бы неразличимы.

Важное заключение. Мы пришли к замечательному выводу: **уравнения движения, описывающие колебания таких различных систем, как груз на пружине и маятник, одинаковы.** Это означает, что движение шарика и колебания маятника происходят одинаковым образом. Смещения груза на пружине и шарика маятника от положения равновесия изменяются со временем по одному и тому же закону, несмотря на то, что силы, вызывающие колебания, имеют различную физическую природу. В первом случае это сила упругости, а во втором — тангенциальная составляющая силы тяжести.

Уравнение движения (1.2.6), как и уравнение (1.3.8), выглядит внешне очень просто: *ускорение прямо пропорционально координате*. Но решить его, т. е. определить, как меняется координата колеблющегося тела с течением времени,

не просто. До сих пор в механике мы в основном рассматривали движение с постоянным ускорением. При колебаниях же ускорение меняется со временем, так как меняется сила, действующая на тело.

? Докажите, что уравнения движения, описывающие колебания груза на пружине и маятника, одинаковы.

§ 1.4. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Зная, как связаны между собой ускорение и координата колеблющегося тела, можно найти зависимость его координаты от времени.

Ускорение — вторая производная координаты по времени

Мгновенная скорость, как известно из курса математики, представляет собой производную координаты по времени. Ускорение — это производная скорости по времени, или вторая производная координаты по времени*. Поэтому уравнение (1.2.6), описывающее колебания груза на пружине, можно записать так:

$$x'' = -\omega_0^2 x, \qquad (1.4.1)$$

где x'' — вторая производная координаты по времени. Согласно уравнению (1.4.1) при свободных колебаниях координата x изменяется со временем так, что вторая производная координаты по времени прямо пропорциональна самой координате и противоположна ей по знаку.

Гармонические колебания

Из курса математики известно, что функции синус и косинус обладают тем свойством, что вторая производная функции пропорциональна самой функции, взятой с противоположным знаком. Значит, **координата тела, совершающего свободные колебания, меняется с течением времени по закону синуса или косинуса.**

Когда тело совершает колебания, его движения периодически повторяются. Поэтому неудивительно, что изменение со временем координаты тела выражается через периодические функции синус или косинус.

---

* Для краткости мы говорим об ускорении и скорости. В действительности имеются в виду проекции этих величин.

Периодические изменения физической величины в зависимости от времени по закону синуса или косинуса называются гармоническими колебаниями.

Амплитуда колебаний

Важной характеристикой колебательного движения является амплитуда.

Амплитудой гармонических колебаний называется модуль наибольшего смещения тела от положения равновесия.

Амплитуда может иметь различные значения в зависимости от того, насколько мы смещаем тело от положения равновесия в начальный момент времени, и от того, какая скорость сообщается при этом телу. *Амплитуда определяется начальными условиями.* Но максимальные значения модуля синуса и косинуса равны единице. Поэтому решение уравнения (1.4.1) не может просто выражаться косинусом или синусом. Оно должно иметь вид произведения амплитуды x_m на синус или косинус.

Решение уравнения движения, описывающего свободные колебания

Какую же форму имеет решение уравнения (1.4.1)? Нельзя просто считать, что $x = x_m \sin t$ или $x = x_m \cos t$, так как в этом случае вместо $x'' = -\omega_0^2 x$ получилось бы равенство $x'' = -x_m \sin t = -x$. Но небольшое усложнение формы решения сразу приведёт нас к цели. Чтобы в выражении второй производной $x''(t)$ был множитель ω_0^2, запишем решение уравнения (1.4.1) в следующем виде:

$$x = x_m \sin \omega_0 t. \qquad (1.4.2)$$

В этом случае первая производная (скорость) принимает вид:

$$x' = \omega_0 x_m \cos \omega_0 t,$$

а вторая производная (ускорение) равна:

$$x'' = -\omega_0^2 x_m \sin \omega_0 t = -\omega_0^2 x.$$

Мы в точности получили уравнение (1.4.1). Следовательно, функция (1.4.2) есть решение исходного уравнения (1.4.1). Конечно, решением исходного уравнения будет также функция:

$$x = x_m \cos \omega_0 t.$$

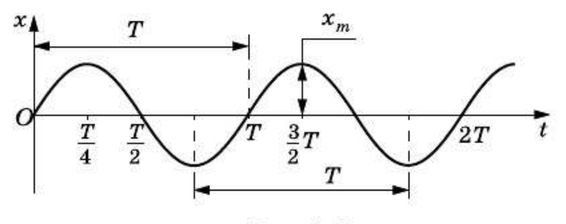


Рис. 1.9

График зависимости координаты тела от времени согласно уравнению (1.4.2) представляет собой синусоиду, изображённую на рисунке 1.9.

Но выражение (1.4.2) — это ещё не самое общее решение уравнения (1.4.1). Нетрудно убедиться, что решением уравнения (1.4.1) будет также синус или косинус, если к их аргументу добавить произвольную постоянную величину φ_0:

$$x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.4.3)$$

Постоянная величина φ_0 не определяется уравнением (1.4.1). В дальнейшем мы покажем, что подобно амплитуде колебаний она определяется начальными условиями.

Функция

$$x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1.4.4)$$

также является решением уравнения (1.4.1).

? **1.** Что такое гармонические колебания?

2. При каких условиях свободные колебания являются гармоническими?

§ 1.5. ПЕРИОД И ЧАСТОТА ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Период и частота колебаний

В уравнениях (1.4.3) и (1.4.4) пока не выяснен физический смысл постоянных ω_0 и φ_0.

Постоянная ω_0, в отличие от φ_0, определяется уравнением движения и имеет смысл частоты колебаний.

При колебаниях движение тела периодически повторяется. *Минимальный промежуток времени T, через который движение тела полностью повторяется, называют периодом колебаний.*

Зная период, можно определить *частоту колебаний*, т. е. число колебаний в единицу времени. Если одно колебание совершается за время T, то число колебаний за секунду ν равно:

$$\nu = \frac{1}{T}. \qquad (1.5.1)$$

В СИ и других системах единиц частоту колебаний принято считать равной единице, если в секунду совершается одно колебание. Единица частоты называется герцем (сокращённо Гц) в честь немецкого физика Генриха Герца.

Через промежуток времени T, т. е. при увеличении аргумента синуса (или косинуса) на $\omega_0 T$, движение повторяется, и синус (или косинус) принимает прежние значения. Но наименьший период синуса или косинуса равен 2π. Следовательно, $\omega_0 T = 2\pi$ и

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \qquad (1.5.2)$$

Таким образом, величина ω_0 — это число колебаний тела, но не за 1 с, а за 2π с. Она называется *циклической* или *круговой частотой**. Конечно, можно было бы и не вводить понятие циклической частоты и пользоваться только частотой ν. Но тогда в формулах пришлось бы вводить множитель 2π.

Частоту свободных колебаний называют собственной частотой колебательной системы.

Зависимость частоты и периода свободных колебаний от свойств системы



Собственная частота колебаний груза на пружине согласно выражению (1.2.5) равна:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (1.5.3)$$

Она тем больше, чем больше жёсткость пружины, и тем меньше, чем больше масса тела. Это понятно: более жёсткая пружина сообщает телу большее ускорение, т. е. быстрее меняет его скорость и, следовательно, уменьшает время

---

* Часто в дальнейшем мы будем называть циклическую частоту просто частотой. Отличить циклическую частоту ω_0 от частоты ν можно по обозначениям.

одного колебания. А чем массивнее тело, тем медленнее оно изменяет скорость под действием данной силы.

Период колебаний равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (1.5.4)$$

Располагая набором пружин различной жёсткости и телами разной массы, нетрудно убедиться, что формулы (1.5.3) и (1.5.4) правильно описывают характер зависимости ω_0 и T от k и m.



Собственная частота колебаний математического маятника [см. формулу (1.3.7)] при малых углах отклонения нити от вертикали зависит от длины нити и ускорения свободного падения так:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}. \qquad (1.5.5)$$

Период колебаний равен:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (1.5.6)$$

Эта формула была впервые получена голландским учёным Х. Гюйгенсом, современником Ньютона.

Период колебаний возрастает с увеличением длины маятника. Чем больше длина маятника, тем меньше его тангенциальное ускорение [см. формулу (1.3.6)] и тем медленнее происходят колебания. От массы маятника период колебаний не зависит, так как от неё не зависит тангенциальное ускорение. Это легко проверить на опыте с различными маятниками. Зависимость периода колебаний от ускорения свободного падения также можно обнаружить. Чем меньше ускорение свободного падения, тем больше период колебаний маятника и, следовательно, тем медленнее идут часы с маятником. Так, часы с маятником в виде груза на стержне отстанут в сутки почти на 7 с, если их поднять на вершину Останкинской телебашни (высота примерно 500 м). И это только за счёт уменьшения ускорения свободного падения с высотой.

Зависимость периода колебаний от значения ускорения свободного падения используется на практике. Измеряя очень точно период колебаний маятника, можно с большой точностью определить значение g. Ускорение свободного падения меняется с географической широтой. Но и на задан-

ной широте оно не везде одинаково. В районах, где залегают плотные породы, ускорение свободного падения несколько больше. Этим пользуются при разведке полезных ископаемых.

Замечательно, что период колебаний груза на пружине и период колебаний маятника при малых углах отклонения не зависят от амплитуды колебаний (изохронность колебаний). Наглядно это можно представить себе так. При увеличении амплитуды колебаний в два раза сила, направленная к положению равновесия, также увеличивается в два раза, в два раза возрастает ускорение, и в два раза большее значение будет иметь приобретённая скорость. В результате вдвое больший путь к положению равновесия тело пройдёт за то же время, что и при колебаниях вдвое меньшей амплитуды. Впервые изохронность колебаний маятника заметил Галилей, наблюдая колебания лампад в Пизанском соборе. Любопытно, что время он отсчитывал по частоте собственного пульса. Достаточно точных часов в то время ещё не было.

Напомним в заключение, что только при малых углах колебания совершаются по гармоническому закону. Если углы отклонения нити от вертикали не малы, то ускорение уже не будет пропорциональным смещению. Поэтому колебания приобретают более сложный характер, и период колебаний начинает зависеть от амплитуды. Однако при углах отклонения около $1{,}5^\circ$ поправка к значению периода, вычисленного по формуле (1.5.6), составляет лишь $0{,}01\%$.

? **1.** Как связаны между собой частота колебаний, циклическая (круговая) частота колебаний, период колебаний?

2. Перечислите свойства колебательных систем, от которых зависит частота/период свободных колебаний.

3. Чему равна собственная частота малых свободных колебаний математического маятника?

§ 1.6. ФАЗА КОЛЕБАНИЙ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУДЫ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ ИЗ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ

Фаза колебаний

При заданной амплитуде гармонических колебаний координата колеблющегося тела в любой момент времени однозначно определяется аргументом синуса или косинуса, равным $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ [формулы (1.4.3) и (1.4.4)].

Величину φ, *стоящую под знаком синуса или косинуса, называют фазой** *колебаний*, описываемых этими функциями. Выражается фаза в угловых единицах — радианах или градусах.

Фаза определяет не только координаты, но и другие физические величины, например скорости и ускорения, изменяющиеся по гармоническому закону.

Начальная фаза. Сдвиг фаз

В начальный момент времени $t = 0$ фаза

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0 \qquad (1.6.1)$$

имеет значение φ_0. Это значение фазы называется *начальной фазой*.

Два или несколько гармонических колебаний с одинаковыми частотами и амплитудами могут отличаться друг от друга только начальными фазами. Между колебаниями имеется разность фаз, или, как часто говорят, *сдвиг фаз* φ_c. Если начальная фаза первого колебания равна φ_{01}, а второго — φ_{02}, то сдвиг фаз второго колебания относительно первого равен:

$$\varphi_c = \varphi_{02} - \varphi_{01}. \qquad (1.6.2)$$

На рисунке 1.10 изображены графики колебаний, сдвинутых по фазе на $\frac{\pi}{2}$. График *1* соответствует колебаниям, совершающимся по синусоидальному закону с начальной фазой, равной нулю ($\varphi_{01} = 0$):

$$x_1 = x_m \sin \omega_0 t.$$

График *2* соответствует колебаниям, сдвинутым по фазе на $\frac{\pi}{2}$:

$$x_2 = x_m \sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right).$$

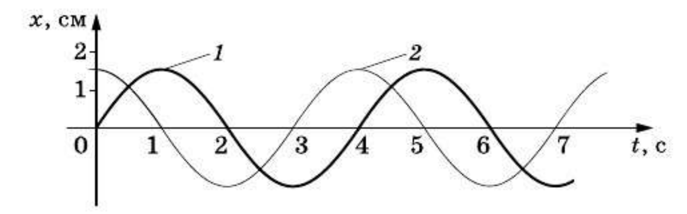


Рис. 1.10

* От греческого слова phasis — «появление, ступень развития какого-либо явления».

Начальная фаза этих колебаний $\varphi_{02} = \frac{\pi}{2}$.

Так как $\sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\omega_0 t$, то $x_2 = x_m \cos\omega_0 t$.

Таким образом, колебания, описываемые синусом и косинусом, представляют собой колебания со сдвигом фаз $\frac{\pi}{2}$.

Определение амплитуды и начальной фазы из начальных условий

Уже упоминалось, что амплитуда и начальная фаза колебаний не определяются уравнением движения. Их значения зависят от начальной координаты $x(0) = x_0$ и начальной скорости $x'(0) = v_0$. Значения x_0 и v_0 определяются условиями возбуждения колебаний. Если вывести тело из положения равновесия и отпустить, не сообщая ему скорости, то $x(0) = x_0$, а $x'(0) = 0$. Напротив, если сообщить телу начальную скорость, толкнув его в положении равновесия, то $x(0) = 0$, а $x'(0) = v_0$.

Рассмотрим общий случай, когда при $t = 0$ $x(0) \neq 0$ и $x'(0) \neq 0$. Выбор решения в форме синуса или косинуса повлияет на начальную фазу, но не на амплитуду. Пусть решение уравнения (1.4.1) имеет вид:

$$x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{1.6.3}$$

Тогда

$$x' = \omega_0 x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{1.6.4}$$

При $t = 0$

$$\begin{aligned} x_0 &= x_m \sin\varphi_0, \\ v_0 &= \omega_0 x_m \cos\varphi_0. \end{aligned} \tag{1.6.5}$$

Согласно уравнениям (1.6.5)

$$\sin\varphi_0 = \frac{x_0}{x_m};\ \cos\varphi_0 = \frac{v_0}{\omega_0 x_m}. \tag{1.6.6}$$

Отсюда

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{\sin\varphi_0}{\cos\varphi_0} = \frac{x_0\omega_0}{v_0}. \tag{1.6.7}$$

Это выражение определяет начальную фазу φ_0. В частном случае, если $x_0 = 0$, то $\operatorname{tg}\varphi_0 = 0$ и $\varphi_0 = 0$. Если же $\upsilon_0 = 0$, то $\operatorname{tg}\varphi_0 = \infty$ и $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.

Возведя в квадрат оба уравнения (1.6.6) и сложив их левые и правые части, получим:

$$\sin^2\varphi_0 + \cos^2\varphi_0 = \frac{1}{x_m^2}\left(x_0^2 + \frac{\upsilon_0^2}{\omega_0^2}\right) = 1. \qquad (1.6.8)$$

Отсюда амплитуда колебаний

$$x_m = \sqrt{x_0^2 + \frac{\upsilon_0^2}{\omega_0^2}}. \qquad (1.6.9)$$

При $\upsilon_0 = 0$ $x_m = x_0$, а при $x_0 = 0$ $x_m = \frac{\upsilon_0}{\omega_0}$.

Если бы мы выразили решение не через синус, а через косинус, то амплитуда по-прежнему имела бы значение, определяемое формулой (1.6.9), а начальная фаза определялась бы уравнением

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = -\frac{\upsilon_0}{\omega_0 x_0}. \qquad (1.6.10)$$

Получите выражение (1.6.10) самостоятельно и рассмотрите предельные случаи $x_0 = 0$ и $\upsilon_0 = 0$.

? Докажите, что амплитуда и начальная фаза колебаний не определяются уравнением колебательного движения.

§ 1.7. СКОРОСТЬ И УСКОРЕНИЕ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЯХ. ПРЕВРАЩЕНИЯ ЭНЕРГИИ

При гармонических колебаниях координаты тела его скорость и ускорение также меняются гармонически.

Скорость

Проекция скорости на ось X есть производная координаты по времени. Если $x = x_m\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, то

$$\upsilon_x = x' = -\omega_0 x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \omega_0 x_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right). \quad (1.7.1)$$



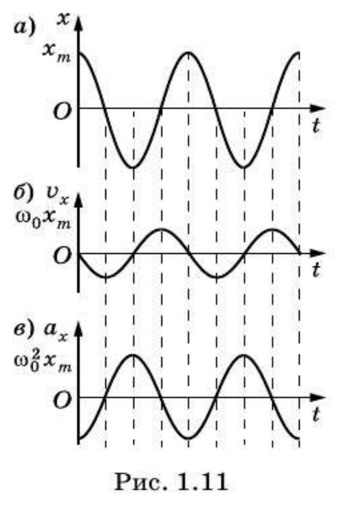


Рис. 1.11

Скорость при гармонических колебаниях меняется с течением времени гармонически. *Амплитуда скорости равна $v_m = \omega_0 x_m$, а по фазе колебания скорости опережают колебания координаты на $\frac{\pi}{2}$.*

В момент, когда координата тела равна нулю (момент прохождения положения равновесия), модуль его скорости максимален, и, наоборот, скорость равна нулю, когда координата максимальна по модулю (рис. 1.11, *а*, *б*; $\varphi_0 = 0$).

Ускорение

Проекция ускорения на ось X есть производная скорости по времени:

$$a_x = v'_x = -\omega_0^2 x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

или

$$a_x = \omega_0^2 x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi). \qquad (1.7.2)$$

Ускорение при гармонических колебаниях координаты меняется гармонически. *Амплитуда ускорения равна $a_m = \omega_0^2 x_m$, а по фазе колебания ускорения опережают колебания координаты на π.*

Ускорение и координата одновременно становятся максимальными по модулю, но имеют противоположные знаки. В подобных случаях говорят, что колебания происходят в противофазе (рис. 1.11, *а*, *в*; $\varphi_0 = 0$).

Относительно колебаний скорости колебания ускорения сдвинуты по фазе на $\frac{\pi}{2}$, а амплитуда ускорения связана с амплитудой скорости соотношением: $a_m = v_m \omega_0$.

Превращения энергии при гармонических колебаниях



Оттянув груз, подвешенный на пружине, вниз, мы сообщаем грузу некоторый запас потенциальной энергии. При движении груза вверх пружина сокращается и её потенциальная энергия уменьшается. Но одновременно увеличива-

ется кинетическая энергия груза. В момент прохождения грузом положения равновесия потенциальная энергия становится минимальной. Кинетическая же энергия достигает максимума.

После прохождения положения равновесия скорость груза начинает уменьшаться. Следовательно, уменьшается и его кинетическая энергия. Потенциальная энергия системы снова возрастает. В самой верхней точке она достигает максимума, а кинетическая энергия становится равной нулю. Таким образом, при колебаниях периодически происходит переход потенциальной энергии в кинетическую и обратно. Частота колебаний потенциальной и кинетической энергий в два раза больше частоты колебаний тела.

Такие же изменения кинетической и потенциальной энергий происходят при колебаниях маятника.

Полная механическая энергия при колебаниях груза на пружине равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$W = W_k + W_p = \frac{mv}{} + \frac{kx^2}{2}. \qquad (1.7.3)$$

Кинетическая и потенциальная энергии периодически изменяются, но полная механическая энергия в системе без трения согласно закону сохранения энергии остаётся неизменной. Она равна либо потенциальной энергии в момент максимального отклонения от положения равновесия, либо кинетической энергии в момент, когда тело проходит положение равновесия. Докажем это.

Подставим в формулу (1.7.3) выражения для v_x и x:

$$W = \frac{m\omega_0^2 x_m^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{kx_m^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \qquad (1.7.4)$$

Заменив в первом члене уравнения (1.7.4) ω_0^2 его значением $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, получим:

$$W = \frac{kx_m^2}{2}[\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)] = \frac{kx_m^2}{2}. \qquad (1.7.5)$$

Если же во второй член уравнения (1.7.4) подставить $k = m\omega_0^2$ и учесть, что $\omega_0 x_m = v_m$, то будем иметь:

$$W = \frac{mv_m^2}{2}[\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)] = \frac{mv_m^2}{2}. \qquad (1.7.6)$$

? 1. Зависимость координаты от времени для некоторого колебания показана на рисунке 1.12. Каковы амплитуда, период и начальная фаза этого колебания?

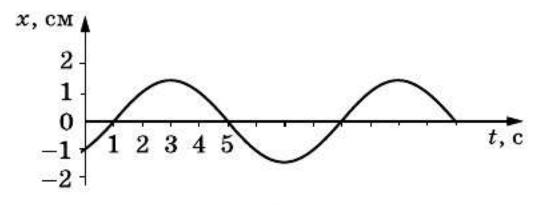


Рис. 1.12

2. Докажите, что при гармонических колебаниях скорость, ускорение, кинетическая и потенциальная энергии периодически изменяются, а полная механическая энергия в системе без трения остаётся неизменной.

§ 1.8. ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

Свободные колебания груза на пружине или маятника являются гармоническими лишь тогда, когда в системе нет трения. Трение же, может быть и небольшое, всегда есть.

Силы трения совершают отрицательную работу и уменьшают механическую энергию системы. Поэтому амплитуда колебаний с каждым периодом уменьшается. После того как запас механической энергии исчерпается, колебания прекратятся совсем. Колебания при наличии трения являются затухающими. Только в пределах небольшого интервала времени уменьшением амплитуды можно пренебречь и считать (приближённо) колебания незатухающими.

Мы не будем решать уравнение движения для свободных колебаний с учётом трения. Это достаточно сложная задача, требующая умения решать дифференциальные уравнения. Приведём лишь график зависимости координаты тела от времени (рис. 1.13).

Эту зависимость можно «заставить» вычерчивать само колеблющееся тело, например маятник. На рисунке 1.14 изображён маятник с песочницей. На равномерно движущемся листе картона он струйкой песка вычерчивает график зависимости координаты от времени. Это простой метод «временно́й развёртки» колебаний, дающий весьма полное представление о процессе движения. Чем быстрее движется лист картона, тем бо́льшими оказываются расстояния между соседними максимумами смещения.

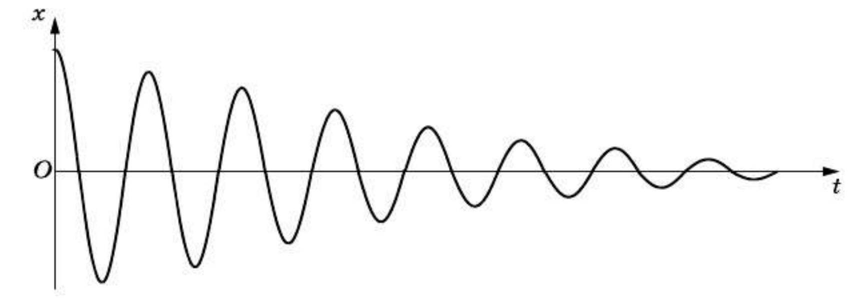


Рис. 1.13

С увеличением силы трения колебания затухают быстрее. При большом трении они не возникают совсем. Тело, выведенное из положения равновесия, останавливается, не переходя через положение равновесия (рис. 1.15). Всё это можно наблюдать, постепенно увеличивая трение маятника с песочницей, прикрепляя к нитям подвеса листы плотной бумаги всё большей и большей площади поверхности. Сопротивление воздуха зависит от площади листа.

В ряде случаев выгодно увеличивать затухание колебаний в системе; «гасить», как говорят, колебания. В автомобилях применяются специальные амортизаторы для гашения колебаний кузова на рессорах при передвижении по неровной дороге. При колебаниях кузова связанный с ним поршень движется в цилиндре, заполненном жидкостью. Жидкость перетекает через отверстие в поршне, что приводит к появлению больших сил трения и быстрому затуханию колебаний.

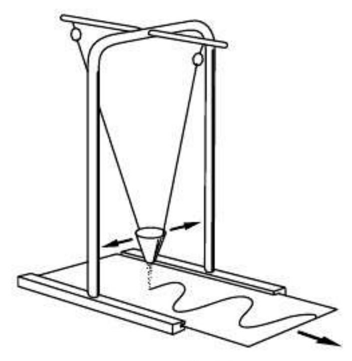


Рис. 1.14

При затухающих колебаниях движение является непериодическим. Соответственно понятие периода колебаний утрачивает свой непосредственный смысл. Однако и здесь несколько условно можно говорить о «периоде», если под ним понимать промежуток времени между двумя последовательными прохождениями телом положения равновесия при движении в одну и ту же сторону. Этот «период» всегда больше периода гармонических колебаний той же системы (в отсутствие трения).

Рис. 1.15

? **1.** Во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний скорости и ускорения тела при уменьшении частоты колебаний в три раза?

2. На нитях равной длины подвешены шарик от пинг-понга и теннисный мяч. Колебания какого из маятников прекратятся быстрее после того, как их вывести из положений равновесия?



3. Запишите уравнение движения (второго закона Ньютона) для груза на пружине при наличии силы сопротивления, пропорциональной скорости. Является ли функция $x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ его решением?

§ 1.9. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Свободные колебания всегда затухают за то или иное время и по этой причине почти никогда не используются на практике. Наиболее важное значение имеют незатухающие колебания, которые могут длиться сколь угодно долго.

Наиболее простой способ возбуждения незатухающих колебаний состоит в том, что на систему действует внешняя периодическая сила. Колебания под действием внешней периодической силы называются *вынужденными*. Работа этой силы над системой обеспечивает приток энергии к ней извне, который и не даёт колебаниям затухать, несмотря на действие сил трения.

Под влиянием периодической силы любое тело или система совершает колебания. Но если система сама по себе не способна совершать колебания, то ничего интересного в ней под действием периодической силы не произойдёт. Вспомните пример с книгой, которую можно двигать рукой по столу слева направо и справа налево.

Если же система способна совершать свободные колебания, то действие на неё периодической внешней силы вызывает весьма интересные и практически важные явления. С ними знакомы все, кому приходилось раскачивать ребёнка на качелях.

Качели — это маятник, обладающий определённой собственной частотой. Значительно отклонить качели от положения равновесия трудно. Постоянная во времени сила здесь мало эффективна. Не раскачает качели взрослый человек и в том случае, если он будет их беспорядочно подталкивать в разные стороны. Однако, если начать работать в правильном ритме, подталкивая качели каждый раз, когда они поравняются с нами, можно без больших усилий раскачать

их очень сильно. Правда, для этого потребуется некоторое время*.

Раскачать качели до больших амплитуд колебаний можно только под действием такой периодической внешней силы, которая изменяется с частотой, равной частоте свободных колебаний качелей (маятника).

Вот эта возможность резкого увеличения амплитуды колебаний маятника или любой другой системы, способной совершать свободные колебания, при совпадении частоты внешней силы с собственной частотой колебательной системы и представляет значительный интерес.

Наблюдение вынужденных колебаний

Давайте подробнее познакомимся с вынужденными колебаниями системы, обладающей собственной частотой колебаний. Рассмотрим вместо маятника груз, подвешенный на пружине. Но теперь верхний конец пружины будет прикреплён к «колену» изогнутой оси (рис. 1.16). Если вращать ось с помощью рукоятки, то на груз, прикреплённый к пружине, начнёт действовать периодическая внешняя сила. Ещё лучше вращать ось с помощью электродвигателя. Это обеспечит бо́льшую стабильность частоты внешней силы.

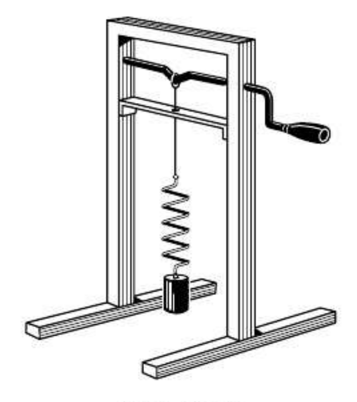


Рис. 1.16



Груз начнёт раскачиваться. Амплитуда его колебаний нарастает. Спустя некоторое время колебания приобретут установившийся характер: их амплитуда со временем перестанет изменяться. Присмотревшись внимательно, вы обнаружите, что частота колебаний груза будет в точности равна частоте колебаний точки подвеса пружины, т. е. частоте изменения внешней силы. (Циклическая частота изменения внешней силы равна угловой скорости вращения рукоятки.) В этом ничего неожиданного нет. Если толкать груз вверх и вниз, то он в конце концов начнёт качаться с той же частотой, с которой вы действуете на него.

---

* Человек на качелях может самостоятельно раскачаться. Для этого он должен приседать при наибольших отклонениях качелей от положения равновесия и выпрямляться в положении равновесия. Такие колебания, называемые *параметрическими*, мы рассматривать не будем.

Установление колебаний

Но почему с течением времени устанавливается определённая амплитуда колебаний? Проще всего это можно понять, исходя из энергетических соображений. Внешняя сила совершает за период работу A_1, которая, конечно, прямо пропорциональна амплитуде колебаний (рис. 1.17, график *1*). Ведь работа всегда пропорциональна пройденному пути. За счёт этой работы увеличивается энергия колеблющегося тела и, следовательно, размах колебаний.

Одновременно с ростом амплитуды колебаний увеличиваются потери механической энергии в системе, связанные с действием сил сопротивления. Эти силы за период совершают работу A_2. При этом от системы отбирается часть механической энергии. Работа сил сопротивления также пропорциональна амплитуде, так как с увеличением амплитуды растёт пройденный телом путь. Но нужно ещё учесть, что сама сила сопротивления, если считать её прямо пропорциональной скорости ($\vec{F}_с = -k_1\vec{v}$), растёт пропорционально амплитуде. Ведь чем больше амплитуда колебаний, тем быстрее при заданном периоде движется колеблющееся тело. В результате работа A_2 оказывается *пропорциональной квадрату амплитуды* (см. рис. 1.17, график *2*).

При раскачке колебаний, когда амплитуда ещё мала, $|A_2| < |A_1|$. Энергия системы увеличивается, и амплитуда колебаний растёт. Но работа сил сопротивления увеличивается (по модулю) быстрее, чем работа внешних сил: она ведь пропорциональна не первой степени, а квадрату амплитуды. Поэтому наступит момент, когда работа сил сопротивления сравняется по модулю с работой внешних сил. Тогда механическая энергия системы перестанет нарастать и колебания установятся. В дальнейшем они будут совершаться с посто-

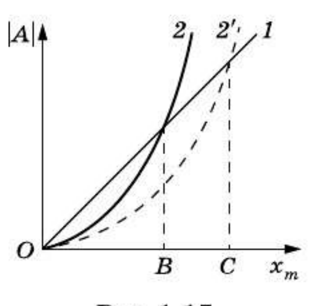


Рис. 1.17

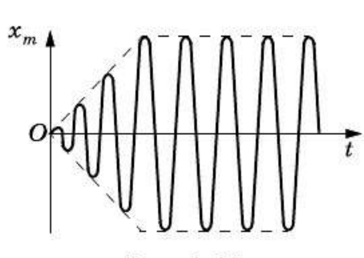


Рис. 1.18

янной амплитудой (рис. 1.18), а частота колебаний будет равна частоте изменения внешней силы.

Чем меньшее сопротивление испытывает система, тем бóльшую амплитуду будут иметь установившиеся колебания. Работа сил сопротивления пропорциональна коэффициенту сопротивления k_1, и равенство $|A_{2'}| = |A_1|$ (соответствующее пересечению графиков *1* и *2′*, см. рис. 1.17) при малом сопротивлении ($k_1' < k_1$) может быть достигнуто при большей амплитуде ($OC > OB$). Разумеется, при этом требуется и большее время для того, чтобы колебания установились.

Установившиеся вынужденные колебания происходят с частотой ω и амплитудой x_m по гармоническому закону:

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_c). \tag{1.9.1}$$

Внешне вынужденные установившиеся колебания выглядят так же, как и свободные колебания в системе без трения. Но если при свободных колебаниях амплитуда x_m и начальная фаза φ_0 определяются начальными условиями, то при вынужденных колебаниях x_m и φ_c определяются (как мы увидим в дальнейшем) параметрами самой системы и внешней силой. Прежде всего играет существенную роль соотношение частот собственных и вынужденных колебаний. Величина φ_c в случае вынужденных колебаний — это не начальная фаза, а сдвиг фаз между колебаниями координаты и внешней силы. Скорость и ускорение тела при вынужденных колебаниях определяются такими же уравнениями, как и при свободных колебаниях:

$$\upsilon_x = \omega x_m \cos\left(\omega t + \varphi_c + \frac{\pi}{2}\right), \tag{1.9.2}$$

$$a_x = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \varphi_c). \tag{1.9.3}$$

Уравнение движения для вынужденных колебаний

Приступим к решению основной задачи: выясним, от чего и как зависят амплитуда x_m вынужденных колебаний и сдвиг фаз φ_c. Для этого запишем и исследуем уравнение движения для вынужденных колебаний.

Пусть на колебательную систему (груз на пружине) действует внешняя периодическая сила $F_x = F_m \cos \omega t$. Кроме того, на тело действует сила упругости $(F_у)_x = -kx$ и сила сопротивления, пропорциональная скорости: $(F_c)_x = -k_1 \upsilon_x$, где

k_1 — коэффициент сопротивления. (При малых скоростях движения тела силу сопротивления можно считать пропорциональной скорости.) Тогда уравнение движения запишется так:

$$ma_x = -kx - k_1 v_x + F_m \cos \omega t. \qquad (1.9.4)$$

Перенеся в левую часть уравнения выражения для сил, кроме внешней, получим:

$$ma_x + k_1 v_x + kx = F_m \cos \omega t.$$

Удобнее записать это уравнение в несколько другом виде, разделив правую и левую его части на m и введя собственную частоту $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$:

$$a_x + \frac{k_1}{m} v_x + \omega_0^2 x = \frac{F_m}{m} \cos \omega t. \qquad (1.9.5)$$

Движение тела, подчиняющееся этому уравнению, достаточно сложно, особенно вначале, когда оно не является гармоническим. Мы рассмотрим лишь три предельных случая.

Первый случай: $\omega \ll \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, т. е. частота внешней периодической силы много меньше частоты собственных колебаний системы.

Второй случай: $\omega \gg \omega_0$; выполняется противоположное условие.

Третий случай: $\omega \approx \omega_0$*. Это случай *резонанса*.

Вынужденные колебания малой частоты

Если $\omega \ll \omega_0$, то из трёх членов левой части уравнения (1.9.5) самым большим будет последний член $\omega_0^2 x$. Действительно, амплитуда первого слагаемого пропорциональна

---

* Необходимо сделать одно уточнение. При наличии сил сопротивления собственная частота ω_c свободных колебаний не равна $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. На самом деле она несколько меньше: $\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{k_1^2}{4m^2}}$. Но при малом коэффициенте сопротивления ($k_1 \to 0$) $\omega_c \approx \omega_0$. Практически наиболее интересен именно такой случай. Поэтому мы с полным основанием можем считать собственную частоту колебаний системы равной ω_0.

$\omega^2 x_m$, второго — ωx_m, а последнего — $\omega_0^2 x_m$. Поэтому приближённо (учитывая, что $\omega \to 0$) имеем

$$\omega_0^2 x = \frac{F_m}{m}\cos \omega t.$$

Отсюда

$$x = \frac{F_m}{m\omega_0^2}\cos \omega t = \frac{F_m}{k}\cos \omega t. \qquad (1.9.6)$$

Колебания координаты происходят с амплитудой $x_m = \frac{F_m}{k}$, а фаза колебаний совпадает с фазой колебаний внешней силы. Отметим, что амплитуда колебаний тем меньше, чем больше жёсткость пружины. Качественно этот случай можно описать так. При малой частоте изменения внешней силы происходит почти то же самое, что и при действии на пружину постоянной силы. В соответствии с законом Гука смещение увеличивается пропорционально внешней силе, и в любой момент времени внешняя сила почти точно уравновешивается силой упругости пружины.

С энергетической точки зрения условия для перекачки энергии в колебательную систему от внешних тел, действующих на систему с периодической силой, в данном случае очень неблагоприятны. В самом деле: четверть периода, когда тело смещается от положения равновесия, внешняя сила совершает положительную работу, так как сила и скорость тела, а значит, и перемещение направлены в одну сторону (рис. 1.19, *а*). Но в следующую четверть периода, когда тело возвращается к положению равновесия, сила и скорость (а значит, и перемещение) направлены в противоположные стороны (рис. 1.19, *б*). Работа внешней силы при этом отрицательна. Та же картина будет наблюдаться во вторую половину периода. В целом за период работа внешней силы почти точно равна нулю. Лишь малая часть работы внешней силы идёт на компенсацию работы силы трения, так как скорость движения тела при $\omega \ll \omega_0$ очень мала, и поэтому мало значение силы трения.

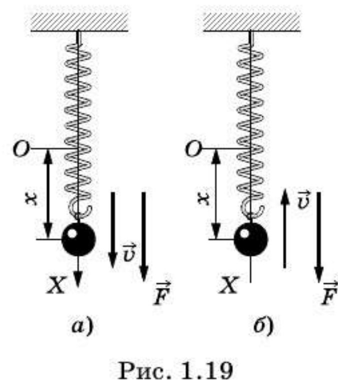


Рис. 1.19

Здесь имеется некоторая тонкость, иногда затрудняющая понимание сути дела. Если смещение от

положения равновесия прямо пропорционально силе в любой момент времени, то казалось бы на первый взгляд, что работа должна быть всё время положительной. Однако надо иметь в виду, что знак работы зависит от совпадения направления силы и направления перемещения, т. е. скорости, а не знака координаты. Для того чтобы работа была положительной, необходимо совпадение знаков F_x и Δx $\left(\text{или } \frac{\Delta x}{\Delta t} = \upsilon_x\right)$, а не F_x и x.

Надо хорошо представлять себе, что когда сила и координата достигают максимальных значений, то после этого сила начинает уменьшаться, не меняя направления, а скорость меняет направление.

Вынужденные колебания большой частоты

В случае $\omega \gg \omega_0$ в левой части уравнения (1.9.5) наибольшим будет первый член, амплитуда которого пропорциональна квадрату частоты. Он играет основную роль и поэтому можно записать

$$a_x = \frac{F_m}{m}\cos\omega t. \qquad (1.9.7)$$

По фазе с колебаниями силы совпадают теперь не колебания координаты, а колебания ускорения. Колебания координаты происходят в противофазе с колебаниями внешней силы. Амплитуда координаты равна:

$$x_m = \frac{a_m}{\omega^2} = \frac{F_m}{m\omega^2}. \qquad (1.9.8)$$

Таким образом, колебания тела происходят по закону

$$x = -\frac{F_m}{m\omega^2}\cos\omega t. \qquad (1.9.9)$$

При $\omega \to \infty$ (это эквивалентно условию $\omega \gg \omega_0$) $x_m \to 0$, т. е. амплитуда колебаний мала. Этот результат вполне естествен. Сила столь быстро меняет направление, что тело, обладающее инертностью, не успевает заметно сдвинуться относительно положения равновесия.

Половину периода внешняя сила совершает положительную работу, а другую половину — отрицательную. Половину периода сила и перемещение направлены одинаково, а другую половину периода они направлены в противоположные стороны. Энергия опять почти не поступает в систему.

? 1. Запишите второй закон Ньютона при условии действия на систему внешней периодической силы.

2. Можно ли возбудить незатухающие колебания, действуя на систему внешней постоянной силой?

§ 1.10. РЕЗОНАНС

Самый интересный частный случай вынужденных колебаний — это случай совпадения частоты колебаний внешней периодической силы с собственной частотой колебаний системы ($\omega \approx \omega_0$).

В этом случае первый член уравнения (1.9.5), который можно записать так:

$$a_x = -\omega_0^2 x,$$

взаимно уничтожается с третьим членом, равным $\omega_0^2 x$. Эти два члена в любой момент времени одинаковы по модулю, но имеют противоположные знаки, так как ускорение и координата при любом гармоническом колебании сдвинуты по фазе на π. Тогда уравнение (1.9.5) принимает вид

$$k_1 v_x = F_m \cos \omega t. \qquad (1.10.1)$$

Это простое уравнение отражает всю суть явления. При $\omega \approx \omega_0$ в любой момент времени (ещё раз подчеркнём, что речь идёт об установившихся колебаниях) внешняя сила как бы исключает из игры силу сопротивления. В результате ускорение телу сообщается только силой упругости пружины. В сущности, реализуется очень необычная ситуация: гармонические колебания существуют в системе сколь угодно длительное время, несмотря на действие силы сопротивления.

Из уравнения (1.10.1) видно, что при $\omega \approx \omega_0$ фаза колебаний скорости совпадает с фазой колебаний внешней силы. Работа внешней силы при этих условиях положительна на всём протяжении периода. Тем самым, создаются оптимальные условия для перекачки энергии от внешних тел к колебательной системе.

Положительная работа внешней силы в точности равна по модулю отрицательной работе силы сопротивления. Из-за этого механическая энергия за счёт работы силы сопротивления переходит во внутреннюю энергию (пружина с грузом и окружающий воздух нагреваются).

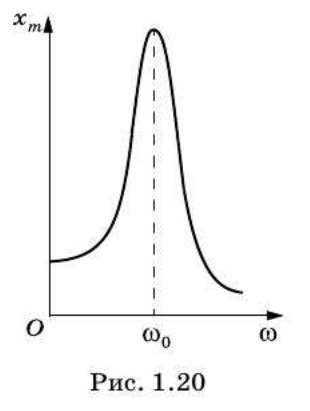


Рис. 1.20

Амплитуда колебаний при $\omega \approx \omega_0$ равна:

$$x_m = \frac{v_m}{\omega_0} = \frac{F_m}{k_1\omega_0}. \qquad (1.10.2)$$

При $k_1 \to 0$ $x_m \to \infty$, т. е. очевидно, что при $\omega \approx \omega_0$ амплитуда максимальна.



Резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты изменения внешней силы, действующей на систему, с частотой свободных колебаний называется резонансом*.

Наблюдать явление резонанса можно с помощью установки, изображённой на рисунке 1.16. Плавно увеличивая частоту внешней силы, мы заметим, что амплитуда колебаний растёт. Она достигает максимума, когда внешняя сила действует в такт со свободными колебаниями системы ($\omega \approx \omega_0$). При дальнейшем увеличении частоты амплитуда установившихся колебаний опять уменьшается (рис. 1.20).

Влияние сопротивления на резонанс

Существенное влияние на резонанс оказывает сопротивление в системе. Если коэффициент сопротивления k_1 имеет достаточно большое значение, то согласно уравнению (1.10.2) резонансная амплитуда колебаний невелика. При резонансе положительная работа внешней силы целиком идёт на покрытие расхода энергии за счёт отрицательной работы силы сопротивления. Чем меньше сила сопротивления, тем больше амплитуда установившихся колебаний.

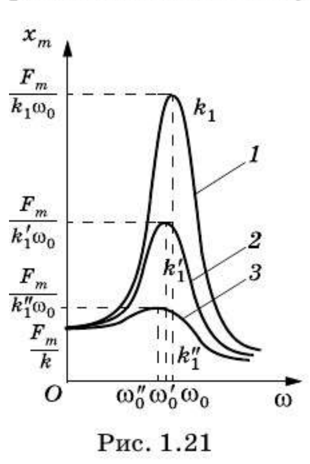


Рис. 1.21

Изменение амплитуды колебаний в зависимости от частоты при различных коэффициентах сопротивления ($k_1 < k_1'$ и $< k_1''$) одной и той же амплитуде внешней силы графически изображено на рисунке 1.21. Кривой *1* соответствует минимальный коэф-

* От латинского слова resonans — «дающий отзвук».

фициент сопротивления, а кривой *3* — максимальный. На этом рисунке хорошо видно, что возрастание амплитуды вынужденных колебаний при резонансе выражено тем отчётливее, чем меньше сопротивление в системе.

При малом коэффициенте сопротивления резонанс «острый», а при большом — «тупой». Если частота колебаний далека от резонансной, то амплитуда колебаний мала и почти не зависит от силы сопротивления в системе.

В системе с малым сопротивлением амплитуда колебаний при резонансе может быть очень большой даже в том случае, когда внешняя сила мала. Но надо хорошо уяснить, что большая амплитуда установится только спустя продолжительное время после начала действия внешней силы. В соответствии с законом сохранения энергии заставить систему колебаться с большой амплитудой, а значит, сообщить ей большую энергию с помощью сравнительно небольшой внешней силы, можно только за большой промежуток времени. Если сопротивление велико, то амплитуда колебаний будет небольшой и для установления колебаний не потребуется много времени.

О резонансе имеет смысл говорить, если затухание свободных колебаний в системе мало. Иначе амплитуда вынужденных колебаний при $\omega \approx \omega_0$ мало отличается от амплитуды колебаний при других частотах. В этом можно убедиться, помещая колеблющийся груз в вязкую жидкость.

Сдвиг фаз при вынужденных колебаниях

Зависимость координаты от времени при резонансе выражается уравнением:

$$x = \frac{F_m}{k_1\omega_0}\cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right), \qquad (1.10.3)$$

так как колебания скорости совпадают по фазе с колебаниями силы, а колебания координаты отстают от колебаний скорости на $\frac{\pi}{2}$.

Теперь можно изобразить примерный вид зависимости сдвига фаз φ_c от частоты. Мы знаем, что при малых частотах внешней силы ($\omega \approx 0$) сдвиг фаз между колебаниями координаты и силы равен нулю. При резонансе сдвиг фаз равен $-\frac{\pi}{2}$. Если частота внешней силы велика ($\omega \to \infty$), то сдвиг фаз стремится к $-\pi$. На рисунке 1.22 представлен

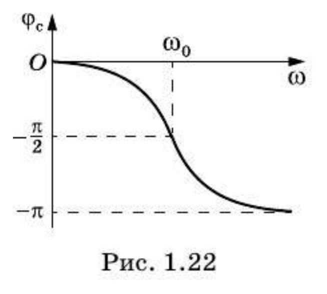


Рис. 1.22

график зависимости сдвига фаз между колебаниями координаты и внешней силы в зависимости от частоты вынужденных колебаний.

Можно показать, что чем меньше коэффициент сопротивления, тем резче происходит изменение сдвига фаз вблизи резонанса.

Применение резонанса и борьба с ним

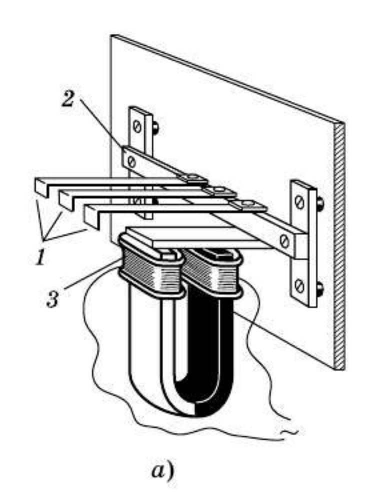
Если какая-либо колебательная система находится под действием внешней периодической силы, то может наступить резонанс и связанное с ним резкое увеличение амплитуды вынужденных колебаний.

Любое упругое тело, будь то мост, станина машины, её вал, корпус корабля, представляет собой колебательную систему и характеризуется собственными частотами колебаний. При работе двигателей нередко возникают периодические усилия, связанные с движением частей двигателя (например, поршней) или же с недостаточно точной центровкой их вращающихся деталей (например, валов). Если частота периодических усилий совпадает с частотой свободных колебаний системы, то возникает резонанс. Амплитуда колебаний может возрасти настолько, что возможна поломка машин.

Во всех этих случаях принимаются специальные меры, чтобы не допустить наступления резонанса или ослабить его действие. Для этого увеличивают затухание в системе или же добиваются, чтобы собственные частоты колебаний не совпадали с частотой внешней силы. Известны случаи, когда приходилось перестраивать океанские лайнеры, чтобы уменьшить вибрацию.

При переходе через мост воинским частям запрещается идти в ногу. Строевой шаг приводит к периодическому воздействию на мост. Если случайно частота этого воздействия совпадет с собственной частотой колебаний моста, то он может разрушиться. Такой случай произошёл в 1906 г. в Петербурге при переходе кавалерийского эскадрона через мост на реке Фонтанке.

Мы до сих пор приводили примеры вредных последствий резонанса. Есть, конечно, и полезные. Простейший пример — раскачивание качелей. На явлении резонанса основано устройство частотомера — прибора для измерения частоты



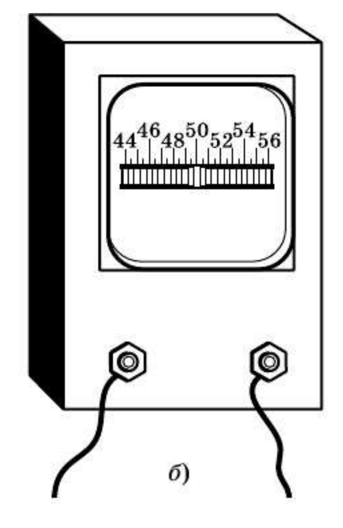


Рис. 1.23

переменного тока. Прибор состоит из набора упругих пластин *1* с грузиками на концах. Пластины закреплены на общей планке *2* (рис. 1.23, *а*). Каждая пластина обладает определённой собственной частотой колебаний, зависящей от её упругих свойств, длины и массы.

Частоты колебаний пластин известны. Под действием электромагнита *3* планка, а с ней вместе и все пластины совершают вынужденные колебания. Но лишь та пластина, собственная частота колебаний которой совпадает с частотой колебаний планки, будет иметь большую амплитуду колебаний. Это и позволяет определить частоту переменного тока (рис. 1.23, *б*).

Со многими другими, гораздо более важными применениями резонанса мы познакомимся в дальнейшем.

? Какими характеристиками колебательной системы определяется «острота» резонансных кривых?

§ 1.11. СЛОЖЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ. СПЕКТР КОЛЕБАНИЙ

На тело может действовать не одна, а несколько периодических сил, отличающихся амплитудой, частотой и фазой. В соответствии с принципом независимости сил каждая из сил вызывает движение тела (колебание), не зависящее от одновременного действия других сил. Благодаря этому происходит сложение колебаний,

и в результате тело совершает некоторое сложное колебание, представляющее собой наложение отдельных колебаний[*].

Гармоническое колебание как проекция вектора, вращающегося с постоянной угловой скоростью

Наиболее просто складываются гармонические колебания одинаковых частот. Предварительно рассмотрим проекцию вращающегося вектора.

Пусть вектор $\overrightarrow{OA}$ вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси, проходящей через точку O (рис. 1.24). Модуль вектора $\overrightarrow{OA}$ обозначим через a. В начальный момент времени $t = 0$ вектор образует с осью X угол φ_0. В дальнейшем при равномерном вращении угол между вектором $\overrightarrow{OA}$ и осью X линейно растёт со временем:

$$\varphi = \omega t + \varphi_0. \qquad (1.11.1)$$

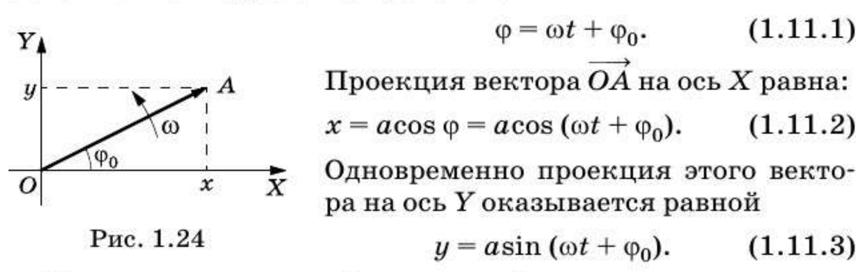


Рис. 1.24

Проекция вектора $\overrightarrow{OA}$ на ось X равна:

$$x = a\cos\varphi = a\cos(\omega t + \varphi_0). \qquad (1.11.2)$$

Одновременно проекция этого вектора на ось Y оказывается равной

$$y = a\sin(\omega t + \varphi_0). \qquad (1.11.3)$$

Мы получили простой, но важный результат.

Проекция вектора, вращающегося с постоянной скоростью, изменяется по гармоническому закону с частотой, равной угловой скорости вращения вектора. Амплитуда этих колебаний равна модулю вектора, а начальная фаза равна углу, образованному вектором $\overrightarrow{OA}$ *с осью координат* X *в начальный момент времени.*

---

[*] Имеет смысл отметить, что такая простая картина возникает только в линейных колебательных системах, в которых сила, возвращающая тело в положение равновесия, прямо пропорциональна смещению от положения равновесия. Если же возвращающая сила зависит от смещения нелинейно, то картина колебаний чрезвычайно сильно усложняется. Результирующее колебание уже не является простой суммой отдельных колебаний. Такие сложные нелинейные системы мы рассматривать не будем. Правда, именно изучение колебаний в нелинейных системах представляет наибольший теоретический и практический интерес в современной физике.

Сложение гармонических колебаний одинаковых частот

Сложение колебаний одинаковых частот проще всего осуществить с помощью так называемой *векторной диаграммы.*

Векторной диаграммой называют графическое изображение гармонических колебаний и соотношений между гармонически колеблющимися величинами с помощью векторов.

Построение векторной диаграммы основано на известном факте: проекция результирующего вектора равна сумме проекций слагаемых векторов. Поэтому сложение гармонических колебаний

$$x_1 = a\cos(\omega t + \varphi_{01}) \text{ и } \quad x_2 = b\cos(\omega t + \varphi_{02}) \qquad (1.11.4)$$

осуществляется так. Строят векторы $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$, изображающие первое и второе колебания (рис. 1.25). Их модули равны амплитудам складываемых колебаний, а угол между ними, равный

$$\varphi_c = \varphi_{02} - \varphi_{01}, \qquad (1.11.5)$$

представляет собой сдвиг фаз между этими колебаниями.

Так как частоты складываемых колебаний равны, то угол φ_c между векторами $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ не меняется.

Проекция суммарного вектора $\overrightarrow{OC}$ представляет собой результирующее колебание:

$$x = x_1 + x_2 = c\cos(\omega t + \varphi_0). \qquad (1.11.6)$$

Оно происходит с той же частотой ω, что и колебания x_1 и x_2. Модуль c вектора $\overrightarrow{OC}$ равен амплитуде результирующих колебаний. По теореме косинусов для треугольника OCA получим:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\varphi_c}. \qquad (1.11.7)$$

Амплитуда результирующего колебания зависит от амплитуд складываемых колебаний a и b и сдвига фаз между ними. С помощью рисунка 1.25 можно найти и начальную фазу φ_0.

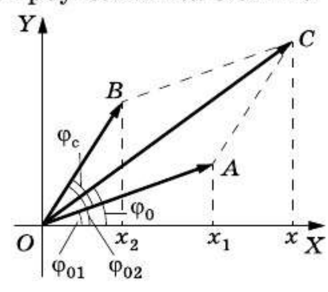


Рис. 1.25

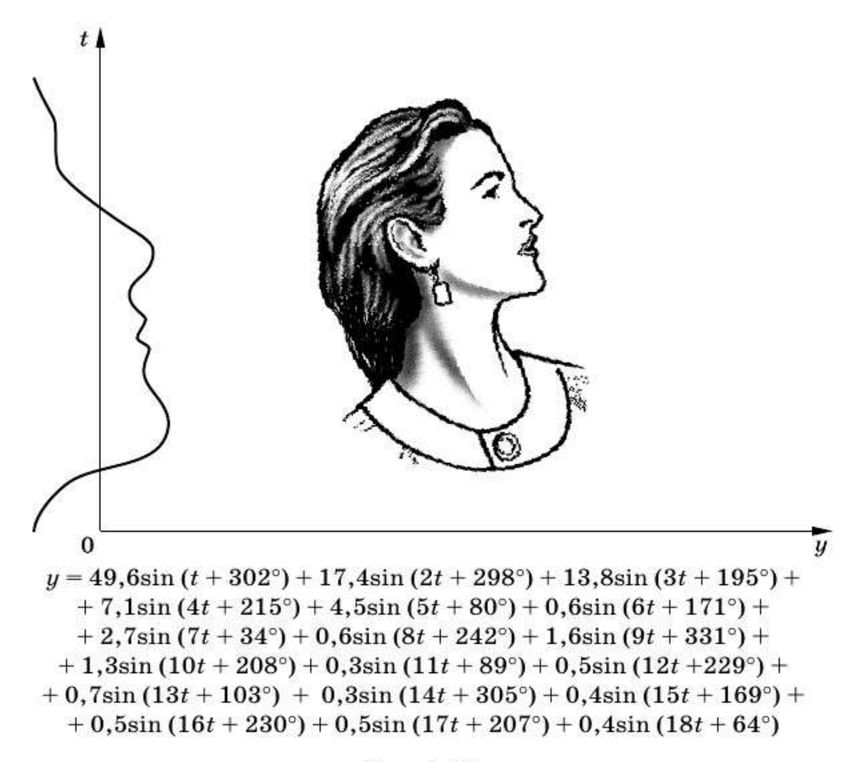
Сложение гармонических колебаний различных частот

Гораздо более сложная картина возникает при сложении колебаний различных частот. Мы этот случай подробно рассматривать не будем. Ограничимся лишь несколькими замечаниями.

При сложении гармонических колебаний различных частот результирующее колебание уже не будет гармоническим.

Если складываются колебания с кратными частотами, то результирующее колебание оказывается периодическим, а его форма может очень сильно отличаться от синусоиды.

На рисунке 1.26 представлен результат сложения 18 гармонических синусоидальных колебаний с различными амплитудами, начальными фазами и различными, но кратными частотами. Получился профиль девушки, фотография которой помещена рядом. Такую форму будет иметь график зависимости смещения колеблющейся точки от времени (временна́я развёртка колебаний). Каждый, если не пожа-



$$y = 49{,}6\sin(t + 302°) + 17{,}4\sin(2t + 298°) + 13{,}8\sin(3t + 195°) + 7{,}1\sin(4t + 215°) + 4{,}5\sin(5t + 80°) + 0{,}6\sin(6t + 171°) + 2{,}7\sin(7t + 34°) + 0{,}6\sin(8t + 242°) + 1{,}6\sin(9t + 331°) + 1{,}3\sin(10t + 208°) + 0{,}3\sin(11t + 89°) + 0{,}5\sin(12t + 229°) + 0{,}7\sin(13t + 103°) + 0{,}3\sin(14t + 305°) + 0{,}4\sin(15t + 169°) + 0{,}5\sin(16t + 230°) + 0{,}5\sin(17t + 207°) + 0{,}4\sin(18t + 64°)$$

Рис. 1.26

леет времени, может убедиться, что вас не пытаются ввести в заблуждение. Кстати, можно убедиться и в том, что профиль девушки будет с течением времени периодически повторяться.

Спектр колебаний

Можно поставить обратную задачу: заданы периодические, но не гармонические колебания координаты, внешней силы или какой-либо другой физической величины. Надо представить данное сложное колебание в виде суммы гармонических колебаний.

К настоящему времени развиты строгие математические методы, которые позволяют это сделать для любого сколь угодно сложного колебания. Например, по заданному графику, изображающему профиль девушки (см. рис. 1.26), можно найти амплитуды, частоты и фазы гармонических функций, сумма которых даёт исходное колебание.

Мы не будем касаться этой сложной математической задачи. Обратим внимание лишь на одно наиболее существенное обстоятельство. Важным является определение частот тех гармонических колебаний, на которые разлагается сложное колебание. *Совокупность частот сложного колебания называется его частотным спектром или просто спектром.* Колебания каждой частоты представлены с той или иной амплитудой.

Значение анализа спектрального состава сложного колебания связано с резонансом. Допустим, на колебательную систему с собственной частотой колебаний ω_0 действует внешняя сложная периодическая сила. Тогда наша колебательная система будет заметно отзываться только на гармоническую составляющую сложного колебания, частота которой совпадает с собственной частотой колебательной системы или близка к ней. При малых силах трения в системе резонансная кривая имеет резкий максимум и гармонические составляющие периодической силы с частотами, заметно отличающимися от резонансной, не вызовут «отклика» системы. Если в спектре внешней силы нет частот, близких к собственной частоте колебаний системы, то амплитуда вынужденных колебаний системы будет мала.

Благодаря этому с помощью набора колебательных систем с различными собственными частотами можно экспериментально определить спектр колебаний внешней силы. Например, частотомер, о котором говорилось в § 1.10, позволяет установить спектр сложных электрических колебаний силы

тока. Для этого обмотку электромагнита нужно питать этим током. В такт с колебаниями силы тока будет колебаться планка с пластинами. Лишь те пластины, собственные частоты колебаний которых присутствуют в спектре колебаний тока, будут иметь заметную амплитуду колебаний.

Непериодическую функцию времени тоже можно представить в виде конечной (или бесконечной) суммы гармонических колебаний. Но частоты этих колебаний будут несоизмеримы.

? **1.** Известно, что сумма $x = x_1 + x_2$ гармонических колебаний $x_1 = a\sin \omega_1 t$ и $x_2 = a\sin \omega_2 t$ также является гармоническим колебанием. Каким условием связаны частоты ω_1 и ω_2?

2.° Для чего необходим анализ спектрального состава сложного колебания (аргументируйте на конкретных примерах)?

§ 1.12. АВТОКОЛЕБАНИЯ

Незатухающие вынужденные колебания требуют для своего поддержания внешней периодической силы.
Однако колебания в системе могут быть незатухающими и без действия внешней периодической силы. Если внутри системы, способной совершать свободные колебания, имеется источник энергии и система сама может регулировать поступление энергии к колеблющемуся телу для компенсации потерь на трение, то в ней могут возникнуть незатухающие колебания.

Часы с маятником

Простой системой такого типа являются обыкновенные часы с маятником. Система обладает определённым запасом энергии — потенциальной энергией гири, поднятой над землёй, или энергией сжатой пружины. Гиря приводит во вращение храповое колесо с косыми зубцами (рис. 1.27). С маятником скреплена дугообразная планка ab — анкер* с двумя выступами по краям. С помощью анкера маятник управляет вращением храпового колеса и связанной с ним стрелки часов. При этом энергия от гири порциями поступает к маятнику. В изображённом на рисунке положении зубец давит на скос выступа b анкера и толкает маятник влево. После прохождения маятником положения равновесия выступ b соскальзывает с зубца, но почти сразу же анкер внешним скосом выступа a упирается в другой зубец храпового колеса, и

* Немецкое слово «анкер» означает «якорь».

маятник испытывает толчок в другую сторону. В результате дважды за период маятник получает энергию, сам открывая и закрывая доступ энергии от источника.

Незатухающие колебания маятника происходят с частотой, почти точно равной частоте его свободных колебаний, если трение мало. Именно поэтому часы обладают регулярным ходом. Отметим, что независимо от Галилея к созданию маятниковых часов пришёл Гюйгенс в 1657 г. При этом он сделал ход таких часов изохронным, т. е. не зависящим от амплитуды колебаний. В часах с заводной пружиной вместо маятника обычно применяется балансир (колёсико с пружиной), совершающий крутильные колебания вокруг своей оси.

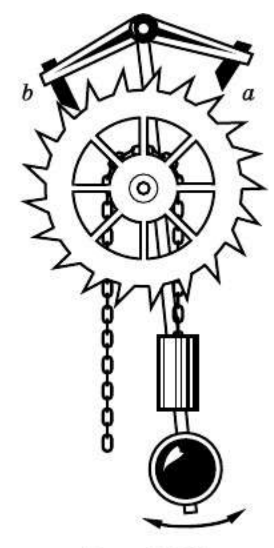


Рис. 1.27

Автоколебательные системы

Системы, подобные часам, в которых генерируются незатухающие колебания за счёт поступления энергии от источника, называются *автоколебательными системами*.

Незатухающие колебания, которые могут существовать в системе без воздействия на неё внешних периодических сил, называются автоколебаниями.

В то время как частота вынужденных колебаний совпадает с частотой внешней силы, а амплитуда колебаний зависит от амплитуды этой силы, частота и амплитуда автоколебаний определяются свойствами самой системы. Автоколебания отличаются и от свободных колебаний тем, что, во-первых, они не затухают с течением времени и, во-вторых, их амплитуда не зависит от начального кратковременного воздействия («толчка»), которое возбуждает колебания.

К автоколебательным системам относятся электрический звонок с прерывателем, органная труба, свисток и многое другое. Наше сердце и лёгкие тоже можно рассматривать как автоколебательные системы.

* * *

Мы заканчиваем знакомство с механическими колебаниями. В заключение обратим внимание на одну общую для всех колебаний черту, отличающую их от других видов механического движения.

Как правило, при рассмотрении механического движения тел, например космических кораблей или планет под действием сил всемирного тяготения, задача состоит в нахождении положения тела и его скорости в любой момент времени. Но *при изучении периодических колебательных процессов главный интерес представляют общие признаки, характеризующие повторяемость движений, а не положение и скорость колеблющегося тела в любой момент времени.* Важно знать амплитуду, период колебаний, т. е. величины, характеризующие процесс в целом. При вынужденных колебаниях надо знать соотношение частот вынуждающей силы и свободных колебаний. Именно оно определяет характер течения процесса.

? Какие системы называются автоколебательными? Приведите пример.

§ 1.13. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на колебательное движение следует использовать кинематические выражения для описания гармонических колебаний: формулы для координаты (1.4.3) и (1.4.4), скорости (1.7.1) и ускорения (1.7.2).

Надо хорошо себе представлять динамику колебаний груза на пружине и математического маятника, знать дифференциальное уравнение гармонических колебаний (1.2.6), уметь составлять уравнения движения, описывающие колебания в простых системах.

Важно также знать формулы для периодов колебаний груза на пружине и математического маятника (1.5.4) и (1.5.6). Следует понимать элементарную теорию вынужденных колебаний, знать формулу для амплитуды этих колебаний при резонансе (1.10.2). Наконец, надо уметь в простейших случаях складывать гармонические колебания.

Задача 1

Материальная точка массой 50 г колеблется по закону $x = 0{,}05\sin \pi(0{,}2t + 0{,}25)$*. Напишите уравнения для скорости и ускорения этой точки. Найдите максимальную силу,

---

* Здесь и в дальнейшем в уравнениях для гармонических колебаний все данные выражены в единицах СИ.

действующую на точку, и полную энергию колеблющейся точки.

Решение. Согласно формуле (1.7.1) уравнение для скорости точки имеет вид:

$$v_x = \omega_0 x_m \sin\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (1.13.1)$$

Из данного в условии задачи уравнения для координаты имеем:

$$x_m = 0{,}05 \text{ м}, \ \omega_0 = 0{,}2\pi \text{ с}^{-1}, \ \varphi_0 = 0{,}25\pi \text{ рад}.$$

Следовательно,

$$v_x = 0{,}2\pi \cdot 0{,}05\sin\left(0{,}2\pi t + 0{,}25\pi + \frac{\pi}{2}\right),$$

или

$$v_x = 0{,}01\pi\sin\pi(0{,}2t + 0{,}75). \qquad (1.13.2)$$

Уравнение для ускорения гармонически колеблющейся точки согласно формуле (1.7.2) выглядит так:

$$a_x = \omega_0^2 x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi). \qquad (1.13.3)$$

Подставляя вместо $\omega_0^2 x_m$ и φ_0 их значения, получим:

$$a_x = -0{,}002\pi^2\sin\pi(0{,}2t + 0{,}25). \qquad (1.13.4)$$

Максимальная сила, действующая на точку, согласно второму закону Ньютона равна:

$$F_m = ma_m.$$

Из выражения (1.13.4) видно, что $a_m = 0{,}002\pi^2$ м/с^2 ≈ ≈ 0,02 м/с^2. Следовательно,

$$F_m = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

Полная энергия колеблющейся точки согласно формуле (1.7.6) равна:

$$W = \frac{mv_m^2}{2}.$$

Из уравнения (1.13.2) находим, что $v_m = 0{,}01\pi$ м/с, поэтому

$$W \approx 2{,}5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Задача 2

Часы, период колебаний маятника которых $T_0 = 1$ с, на поверхности Земли идут точно. На сколько будут отставать эти часы за сутки, если их поднять на высоту $h = 200$ м над поверхностью Земли?

Решение. На поверхности Земли период колебаний маятника равен:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (1.13.5)$$

На высоте h над Землёй период колебаний маятника составит

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}}, \qquad (1.13.6)$$

где g_1 — ускорение свободного падения на этой высоте. Число колебаний маятника за сутки на высоте h равно:

$$N_1 = \frac{n}{T_1},$$

где $n = 24 \cdot 3600$ с.

Следовательно, на высоте h над Землёй часы отстанут за сутки на время

$$\Delta t = N_1(T_1 - T_0) = n\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right).$$

Из выражений (1.13.5) и (1.13.6) находим, что отношение периодов равно:

$$\frac{T_0}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g}} = \frac{R}{R + h},$$

где $R = 6400$ км — радиус Земли.

Следовательно,

$$\Delta t = \frac{nh}{R + h} \approx \frac{nh}{R} \approx 2{,}7 \text{ с}. \qquad (1.13.7)$$

Задача 3

Два математических маятника, длиной l каждый, связаны невесомой пружиной (рис. 1.28). Жёсткость пружины равна k. При равновесии маятники занимают вертикальное положение, и пружина не деформирована. Определите частоты малых колебаний двух свя-

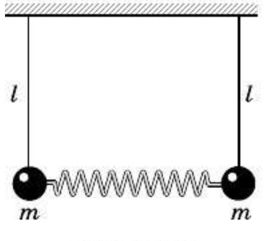


Рис. 1.28

занных маятников в случаях, когда маятники отклонены в одной плоскости на равные углы в одну сторону (колебания в фазе) и в противоположные стороны (колебания в противофазе).

Решение. Отклоним оба маятника от вертикали в одну и ту же сторону на одинаковый угол. Пружина при таком отклонении не будет деформирована. Легко сообразить, что отпущенные из этого положения маятники будут колебаться в фазе с частотой $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

При отклонении в разные стороны на одинаковые углы колебания маятников будут происходить в противофазе, и пружина будет деформироваться. Для того чтобы подсчитать частоту этих колебаний, найдём силу, возвращающую маятники в положение равновесия. При отклонении на угол φ модуль силы, действующей со стороны пружины на тело массой m, согласно закону Гука равен $F_у = k'\Delta l$. Но жёсткость половины пружины $k' = 2k$, а растяжение этой половины $\Delta l = l\sin\varphi$. Следовательно,

$$F_y = 2kl\sin\varphi.$$

Сумма проекций силы тяжести и силы упругости на касательную к окружности (обозначим её через F) равна:

$$F = mg\sin\varphi + 2kl\sin\varphi\cos\varphi$$

(рис. 1.29). Так как при малых углах $\cos\varphi \approx 1$, то

$$F = (mg + 2kl)\sin\varphi \text{ или } F = m\left(g + \frac{2kl}{m}\right)\sin\varphi.$$

Для математического маятника эта проекция равна $mg\sin\varphi$. При этом частота колебаний при малых углах φ определяется формулой $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$. В нашем случае роль g играет величина $g + \frac{2kl}{m}$. Следовательно,

$$\omega = \sqrt{\frac{g + \frac{2kl}{m}}{l}}.$$

Отсюда период колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{2kl}{m}}}. \qquad (1.13.8)$$

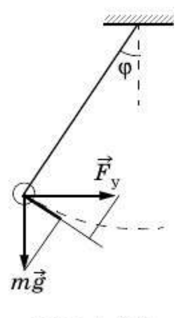


Рис. 1.29

Задача 4

Два неподвижных точечных заряда $+q_0$ расположены в точках B и C на расстоянии r друг от друга. Вдоль оси симметрии системы этих зарядов по гладкой непроводящей направляющей может перемещаться шарик массой m, несущий точечный заряд $-q$ (рис. 1.30). Считая смещение отрицательного заряда от прямой BC, соединяющей положительные заряды, малым по сравнению с r, определите период T колебаний отрицательного заряда.

Решение. Направим ось X вдоль оси симметрии системы данных зарядов (рис. 1.31), а начало координат совместим с серединой отрезка BC. Сместим заряд $-q$ на небольшое расстояние $OA = x$ от положения равновесия O. Тогда на заряд $-q$ со стороны зарядов $+q_0$ начнут действовать силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, стремящиеся вернуть заряд $-q$ снова в положение равновесия. Проекция равнодействующей $\vec{F}$ этих сил на ось X равна:

$$F_x = -2F_1 \sin \alpha. \qquad (1.13.9)$$

Так как угол α мал, то $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{2x}{r}$.

Модуль силы $\vec{F}_1$ найдём по закону Кулона:

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q}{\frac{r^2}{4} + x^2}.$$

Смещение x — малая величина, а x^2 — величина второго порядка малости и ею можно пренебречь. Следовательно,

$$F_1 = \frac{q_0 q}{\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

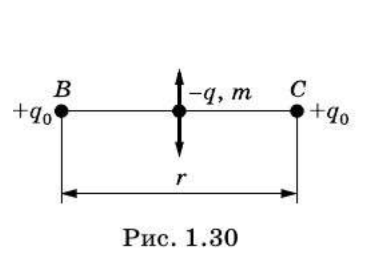


Рис. 1.30

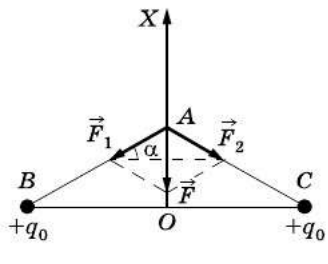


Рис. 1.31

Заменив в выражении (1.13.9) F_1 и $\sin\alpha$ их значениями, получим:

$$F_x = -\frac{4q_0q}{\pi\varepsilon_0 r^3}x. \qquad (1.13.10)$$

Согласно второму закону Ньютона

$$a_x = \frac{F_x}{m}.$$

Следовательно,

$$a_x = -\frac{4q_0q}{\pi\varepsilon_0 m r^3}x. \qquad (1.13.11)$$

Уравнение (1.13.11) описывает гармонические колебания, совершающиеся с циклической частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4q_0q}{\pi\varepsilon_0 m r^3}}.$$

Отсюда период колебаний отрицательного заряда будет равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \pi r\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 m r}{q_0 q}}.$$

Задача 5

Сложите гармонические колебания:

$$x_1 = b\sin\omega t,\ x_2 = -\frac{b}{2}\cos\omega t,$$

$$x_3 = -\frac{b}{4}\sin\omega t,\ x_4 = -\cos\omega t.$$

Определите амплитуду B и начальную фазу φ_0 результирующего колебания.

Решение. Приведём данные в условии задачи уравнения к виду

$$x_1 = b\sin\omega t,\ x_2 = \frac{b}{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

$$x_3 = \frac{b}{4}\sin(\omega t - \pi),\ x_4 = \frac{b}{8}\sin\left(\omega t - \frac{3}{2}\pi\right)$$

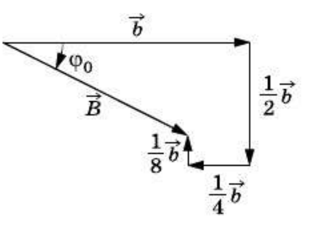


Рис. 1.32

и построим векторную диаграмму (рис. 1.32). На векторной диаграмме модуль вектора $\vec{B}$ — амплитуда результирующего колебания. Она равна

$$B = \sqrt{\left(b - \frac{b}{4}\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - \frac{b}{8}\right)^2} = \frac{3b\sqrt{5}}{8} = 0{,}84b.$$

Из этой же векторной диаграммы находим, что

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\frac{b}{2} - \frac{b}{8}}{b - \frac{b}{4}} = \frac{1}{2},$$

а $\varphi_0 = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} = 0{,}464$ рад $= 26{,}6°$.

УПРАЖНЕНИЕ 1

1. Период колебаний материальной точки равен 2,4 с, амплитуда колебаний равна 5 см, начальная фаза равна нулю. Каковы смещение, скорость и ускорение колеблющейся точки через 0,4 с после начала колебаний? Колебания происходят по закону косинуса.
2. Маятник, сделанный из ферромагнитного материала, колеблется над полюсом электромагнита. Как изменится частота его собственных колебаний, если через катушку электромагнита пропустить постоянный ток?
3. При температуре $t_1 = 20$ °С период колебаний маятника $T_1 = 2$ с. Во сколько раз изменится период колебаний, если температура возрастёт до $t_2 = 30$ °С? Температурный коэффициент линейного расширения материала маятника $\alpha = 1{,}85 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$.
4. Чему равен период колебаний математического маятника, находящегося в вагоне, движущемся горизонтально с ускорением $\vec{a}$?
5. Определите период колебаний маятника в лифте, движущемся вертикально с ускорением $\vec{a}$, направленным:

   а) вверх;
   б) вниз.

6. Шарик массой m, подвешенный на длинной нити, совершает колебания. Как изменится частота колебаний, если шарику сообщить положительный заряд q и поместить его в однородное электрическое поле с напряжённостью $\vec{E}$, направленной вертикально вниз?

7. Как изменится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковых пружинах, если последовательное соединение пружин заменить параллельным?

8. На горизонтальной поверхности лежат два бруска, массы которых равны соответственно m_1 и m_2. Бруски связаны пружиной жёсткостью k. Пружина сжата при помощи двух нитей, как показано на рисунке 1.33. Нити пережигают. Определите период T колебаний данной системы. Трением в системе пренебречь.

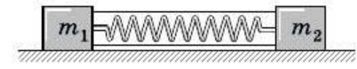


Рис. 1.33

9. Определите период колебаний маятника при малых углах β отклонения от вертикали (рис. 1.34). Стержень, на котором помещены шары массами m_1 и m_2, считать невесомым.

10. Шарик массой m, имеющий заряд q, подвешен на нити длиной l (рис. 1.35). На расстоянии h под ним находится проводящая плоскость. Определите период T свободных колебаний маятника при малых углах отклонения от вертикали.

11. Два неподвижных точечных заряда $+q_0$ расположены на расстоянии $AB = r$ друг от друга. Посередине между этими зарядами расположен шарик массой m, несущий то-

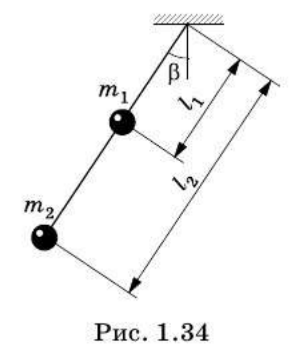


Рис. 1.34

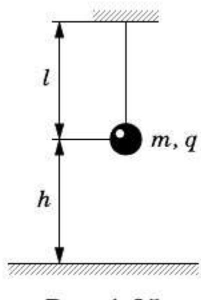


Рис. 1.35

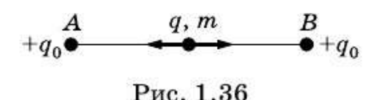


Рис. 1.36

чечный положительный заряд q, который может перемещаться только вдоль линии AB (рис. 1.36). Определите период T малых колебаний положительного заряда q.

12. Представим себе шахту, пронизывающую земной шар по одному из его диаметров. За какое время тело, брошенное в эту шахту, достигнет центра Земли? Сопротивление движению отсутствует.

13. Складываются два одинаково направленных гармонических колебания с одинаковыми периодами, равными 8 с, и одинаковыми амплитудами, равными 0,02 м. Сдвиг фаз между колебаниями $\varphi_c = \pi/2$. Начальная фаза первого колебания равна нулю, его смещение в начальный момент времени тоже равно нулю. Запишите уравнение результирующего колебания.

---

1. Какие процессы, происходящие в вашей жизни, имеют периодический характер?

2. Является ли колебательным процессом изменение цвета воды в море? Ответ обоснуйте.

3. Снимите видеофильм «Люди резонируют». Организуйте просмотр фильма в классе, школе, дома и обсудите увиденное.

4. Проведите исследование «Влияние сопротивления в колебательной системе на резонанс».

5. Какие виды колебаний можно выделить при исследовании функционирования человеческого организма?

6. Подготовьте доклад «Автоколебания в живой и неживой природе».

Глава 2

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

§ 2.1. СВОБОДНЫЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Открытие электрических колебаний

Колебания груза на пружине или маятника «открывать» было не нужно. Они наблюдаются повсеместно. С электрическими колебаниями дело было сложнее.

Началось всё с того, что в 1826 г. французский учёный Ф. Савар (один из авторов закона Био—Савара—Лапласа) заметил довольно странное явление. Стальная игла, помещённая внутрь соленоида, при разрядке лейденской банки через соленоид намагничивается иногда прямо противоположно тому, как это должно было бы быть, если бы банка постепенно разряжалась до нуля.

В 1842 г. опыты Савара повторил американский учёный Дж. Генри и пришёл к заключению, что разряд лейденской банки «не представляется... единичным переносом флюида* с одной обкладки банки на другую» и что необходимо допустить существование «главного разряда в одном направлении, а затем несколько отражённых действий назад и вперёд, каждое из которых является более слабым, чем предыдущее, продолжающимся до тех пор, пока не наступит равновесие».

Г. Гельмгольц в своём трактате «О сохранении силы» в 1847 г. также приходит на основании закона сохранения

* Флюидом в те времена называли электрический заряд.

энергии к выводу, что разряд лейденской банки «не следует представлять как простое движение электричества в одном направлении, а как движение его туда и обратно между обеими обкладками конденсатора, как колебания, которые всё более и более уменьшаются, пока вся живая сила (энергия по современной терминологии) не уничтожается суммой сопротивлений».

Убедительное доказательство колебательного разряда конденсатора (лейденской банки) получил в 1860 г. Ф. Феддерсон. Он наблюдал искровой разряд лейденской банки с помощью быстро вращающегося зеркала. В зеркале была видна не одна непрерывная светлая полоса от искры, а ряд чередующихся полос, отделённых тёмными промежутками. Это была фактически временна́я развёртка быстрых колебаний.

Наблюдение свободных электрических колебаний

Периодические или почти периодические изменения заряда, силы тока и напряжения называются электрическими колебаниями (*иногда их называют электромагнитными*).

Возбудить электрические колебания почти столь же просто, как и заставить тело колебаться, подвесив его на пружине. Но наблюдать электрические колебания, как об этом только что говорилось, уже не так просто. Мы непосредственно не видим ни перезарядки конденсатора, ни тока в катушке. К тому же электрические колебания обычно происходят с очень большой частотой.

Для их наблюдения и исследования сейчас используют электронный осциллограф.

В электронной трубке осциллографа узкий пучок электронов попадает на экран, способный светиться при бомбардировке его быстрыми электронами. На горизонтально отклоняющие пластины подаётся переменное напряжение $u_р$ специальной пилообразной формы (рис. 2.1). Его вырабатывает генератор развёртки. Это напряжение сравнительно медленно нарастает, а потом очень резко уменьшается. Координата следа электронного луча на экране прямо пропорциональна напряжению на отклоняющих пластинах: $y \sim E \sim u_р(t)$. При линейном возрастании напряжения развёртки со

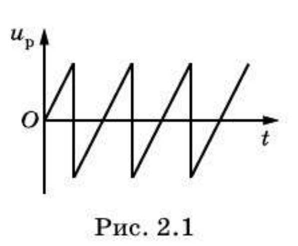


Рис. 2.1

временем координата y светящейся точки на экране перемещается в горизонтальном направлении с постоянной скоростью, вычерчивая на экране прямую линию. При быстром возвращении напряжения к начальному значению луч практически мгновенно возвращается назад. После этого весь процесс повторяется.

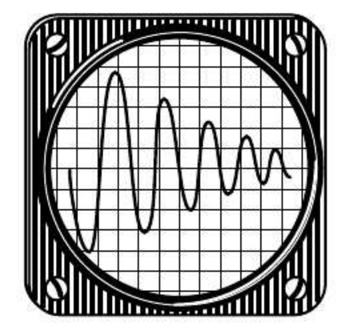


Рис. 2.2

Если присоединить вертикально отклоняющие пластины осциллографа к конденсатору, то колебания напряжения при его перезарядке вызовут колебания электронного луча в вертикальном направлении. В результате на экране образуется временна́я развёртка затухающих колебаний (рис. 2.2), подобная той, которую вычерчивает маятник с песочницей на равномерно движущемся листе картона.

Эти электромагнитные колебания называются *свободными*. Они возникают в системе после того, как конденсатору сообщается электрический заряд, выводящий систему из состояния равновесия. Зарядка конденсатора эквивалентна смещению груза на пружине из положения равновесия.



Вынужденные электрические колебания



Вынужденные электрические колебания возникают в электрической цепи под действием периодической электродвижущей силы. Переменную ЭДС можно получить в проволочной рамке из нескольких витков при вращении её с постоянной угловой скоростью в постоянном магнитном поле (рис. 2.3). При этом магнитный поток через поверхность рамки будет периодически меняться. Согласно закону электромагнитной индукции, в рамке возникнет переменная ЭДС. При замыкании цепи через гальванометр пойдёт переменный ток, и стрелка прибора начнёт колебаться около положения равновесия.

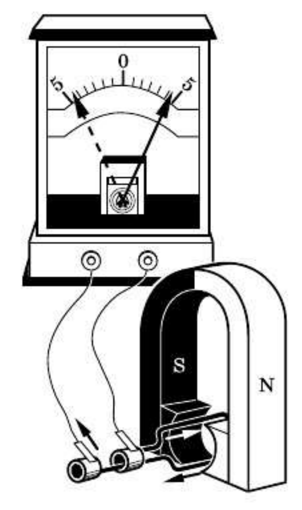
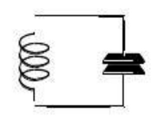


Рис. 2.3

? Выделите общее/различное при определении свободных, вынужденных механических и электрических колебаний.

§ 2.2. ПРОЦЕССЫ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Простейшая система, в которой могут возникнуть свободные электрические колебания, состоит из конденсатора и катушки, соединённых последовательно (рис. 2.4). *Такая система называется колебательным контуром.*


Рис. 2.4



Рассмотрим, почему в контуре возникают колебания. Для наглядности будем сравнивать процессы в контуре с колебаниями шарика на пружине.

Зарядим конденсатор, присоединив его к батарее с помощью переключателя (рис. 2.5, *а*). При этом конденсатору сообщается энергия

$$W_p = \frac{q_m^2}{2C}, \qquad (2.2.1)$$

где q_m — заряд конденсатора, а C — его ёмкость. Между обкладками конденсатора возникает разность потенциалов U_m.

В случае шарика на пружине, это эквивалентно тому, что мы увеличили длину пружины на x_m, сообщив системе потенциальную энергию, но держим пока шарик рукой, не позволяя ему двигаться (рис. 2.5, *б*).

Переведём переключатель в положение *2* (рис. 2.5, *в*). Конденсатор начнёт разряжаться, и в цепи появится электрический ток. Сила тока равна $i = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = q'$ (q' — производная заряда по времени). Возникновение тока эквивалентно появлению у шарика скорости, когда мы его отпускаем. На рисунке 2.6 изображены последовательные фазы перезарядки конденсатора и рядом для сравнения фазы колебания шарика на пружине (положение равновесия шарика отмечено горизонтальной линией). Рисунок 2.6, *а* соответствует начальному моменту после перевода переключателя в положение *2*.

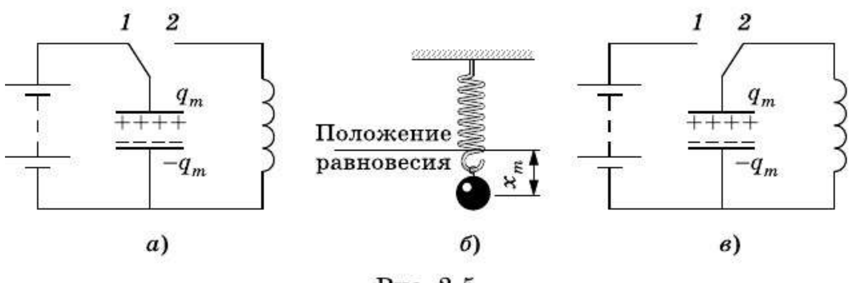


Рис. 2.5

Первая четверть периода

а)

б)

в)

Вторая четверть периода

г)

д)

Рис. 2.6

Вследствие явления самоиндукции сила тока увеличивается постепенно (рис. 2.6, *б*). Точно так же вследствие инертности шарика его скорость увеличивается постепенно.

По мере разрядки конденсатора энергия электрического поля уменьшается, но одновременно возрастает энергия магнитного поля тока

$$W_{\text{м}} = \frac{Li^2}{2}, \qquad (2.2.2)$$

где L — индуктивность катушки. В момент, когда конденсатор полностью разрядится ($q = 0$), энергия электрического поля станет равной нулю. Энергия же тока (энергия магнитного поля) будет максимальной. Следовательно, в этот момент сила тока также достигнет максимального значения I_m (рис. 2.6, *в*). Этому моменту соответствует прохождение шарика через положение равновесия с максимальной скоростью. В момент прохождения положения равновесия шарик не обладает потенциальной энергией, но зато его кинетическая энергия максимальна.

Несмотря на то что к этому моменту разность потенциалов на концах катушки становится равной нулю, электрический ток не прекращается сразу. Этому препятствует самоиндукция. Как только сила тока и созданное током магнитное поле начнут уменьшаться, возникнет вихревое электрическое поле, которое направлено по току и поддерживает его, в результате конденсатор начнёт перезаряжаться (рис. 2.6, *г*).

Конденсатор перезаряжается до тех пор, пока сила тока, постепенно уменьшаясь, не станет равной нулю. Энергия магнитного поля в этот момент также равна нулю, а энергия электрического поля конденсатора снова станет максимальной (рис. 2.6, *д*). При колебаниях шарика этому моменту соответствует остановка его в крайнем верхнем положении, когда максимальна потенциальная энергия.

Далее процесс протекает в обратном порядке и конденсатор опять перезаряжается. Если бы не было потерь энергии, то этот процесс продолжался бы сколь угодно долго: электрические колебания были бы незатухающими. Через промежутки времени, равные периоду колебаний, состояния системы в точности повторялись бы.

В действительности потери энергии неизбежны. Катушка и соединительные провода обладают сопротивлением R, и это ведёт к выделению теплоты при протекании по ним тока. Аналогично действие сил трения ведёт к убыли механической энергии шарика и затуханию его колебаний.

Итак, мы рассмотрели явления в колебательном контуре с качественной стороны и сравнили их с механическими колебаниями. Взаимное соответствие между механическими и электрическими величинами иллюстрируется таблицей 1.

Таблица 1

Механические величины	**Электрические величины**
Координата x	Заряд q
Скорость $v_x = x'$	Сила тока $i = q'$
Ускорение $a_x = v'_x$	Скорость изменения силы тока i'
Масса m	Индуктивность L
Жёсткость пружины k	Величина, обратная ёмкости, $\frac{1}{C}$
Коэффициент трения μ	Сопротивление R
Потенциальная энергия $\frac{kx^2}{2}$	Энергия электрического поля $\frac{q^2}{2C}$
Кинетическая энергия $\frac{mv_x^2}{2}$	Энергия магнитного поля $\frac{Li^2}{2}$

Соответствие между m и L, k и $\frac{1}{C}$ видно из сопоставления выражений для энергий.

? Сравните процессы в $L—C$-контуре с колебаниями математического маятника.

§ 2.3. ФОРМУЛА ТОМСОНА

Перейдём теперь к количественной теории процессов в колебательном контуре.

Формула Томсона

Наша задача в первую очередь будет заключаться в определении периода (или частоты) свободных электрических колебаний. Правда, основываясь на аналогии между свободными механическими и свободными электрическими колебаниями, можно сразу записать выражения для частоты и периода свободных электрических колебаний. Действительно, так как в формуле для циклической частоты свободных колебаний шарика на пружине $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ величина k аналогична $\frac{1}{C}$, а m — индуктивности L, то частота свободных электрических колебаний должна быть равна:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \qquad (2.3.1)$$

Для периода свободных колебаний можно записать:



$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}. \qquad (2.3.2)$$

Формула (2.3.2) называется *формулой Томсона* в честь английского физика У. Томсона, который её впервые вывел.

Полученные нами результаты правильны. Однако всё же считать их достаточно строго доказанными нельзя. Необходимо показать, что уравнение, описывающее электрические колебания в контуре, в математическом отношении не отличается от уравнения, описывающего свободные механические колебания. Лишь после этого мы с полной уверенностью сможем утверждать, что механические и электрические колебания подчиняются одним и тем же количественным законам. А это и есть самое важное.

Уравнение, описывающее процессы в колебательном контуре

Основное уравнение для процессов в колебательном контуре можно записать, используя закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \gamma(\vec{E} + \vec{E}_{\text{ст}}). \tag{2.3.3}$$

Здесь $\vec{j}$ — плотность тока, γ — удельная проводимость, $\vec{E}$ — напряжённость потенциального электрического поля в проводнике, созданного поверхностными зарядами, $\vec{E}_{\text{ст}}$ — напряжённость поля сторонних сил. В случае колебательного контура без источников тока $\vec{E}_{\text{ст}}$ — это напряжённость вихревого (непотенциального) поля.

Рассмотрим колебательный контур, содержащий все три основных элемента: конденсатор ёмкостью C, катушку индуктивностью L и резистор сопротивлением R (рис. 2.7). Сопротивлением катушки, пластин конденсатора и соединительных проводов пренебрежём. Весь контур между точками *1* и *2* разобьём на малые элементы $\Delta\vec{l}_i$. Положительное направление обхода контура выберем по часовой стрелке. Запишем уравнение (2.3.3) для каждого элемента и умножением обеих частей на $\frac{\Delta\vec{l}_i}{\gamma_i}$ приведём его к виду:

$$\vec{j} \cdot \frac{\Delta\vec{l}_i}{\gamma_i} = \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i + \vec{E}_{i,\text{ст}} \cdot \Delta\vec{l}_i. \tag{2.3.4}$$

Теперь просуммируем уравнения (2.3.4), записанные для всех элементов $\Delta\vec{l}_i$ контура между точками *1* и *2*:

$$\sum_i \vec{j}_i \cdot \frac{\Delta\vec{l}_i}{\gamma_i} = \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i + \sum_i \vec{E}_{i,\text{ст}} \cdot \Delta\vec{l}_i. \tag{2.3.5}$$

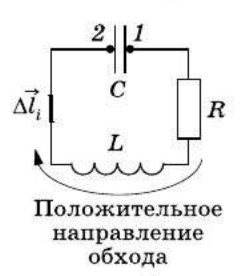


Рис. 2.7

Выясним физический смысл каждого из членов уравнения (2.3.5). Рассмотрим сумму в левой части уравнения. Для всей цепи, кроме резистора, удельная проводимость бесконечна, так как мы сопротивление этой части цепи полагаем пренебрежимо малым. Далее, будем считать резистор состоящим из тонкой проволоки постоянного поперечного сечения площадью S и

постоянной удельной проводимости γ. Тогда плотность тока $\vec{j}_i$ будет направлена по $\Delta\vec{l}_i$ и приблизительно постоянна по сечению. Поэтому можно принять, что

$$j_i = \frac{i}{S},$$

где i — сила тока в цепи.

При этих предположениях

$$\sum_i \vec{j}_i \cdot \frac{\Delta\vec{l}_i}{\gamma_i} = \frac{i}{S\gamma} \sum_i \Delta\vec{l}_i = i\frac{l}{S\gamma}, \qquad (2.3.6)$$

где l — длина проволоки резистора.

Величина

$$\frac{l}{S\gamma} = R \qquad (2.3.7)$$

есть не что иное, как сопротивление резистора.

Рассмотрим первый член правой части уравнения (2.3.5). Он численно равен работе кулоновского поля, созданного поверхностными зарядами проводника, при перемещении единичного заряда вдоль контура от точки *1* к точке *2*, т. е. разности потенциалов (или напряжению) на конденсаторе:

$$\sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i = \varphi_1 - \varphi_2 = U = \frac{q}{C}, \qquad (2.3.8)$$

где q — заряд правой пластины конденсатора.

Второй член правой части уравнения (2.3.5) численно равен работе сторонних сил (вихревого электрического поля) в контуре по перемещению единичного заряда, т. е. представляет собой ЭДС самоиндукции. Согласно закону электромагнитной индукции:

$$\sum_i \vec{E}_{i,\text{ст}} \cdot \Delta\vec{l} = \mathcal{E}_{is} = -LI' \qquad (2.3.9)$$

Теперь силу тока выразим через производную заряда конденсатора. Здесь имеется небольшая тонкость. При выбранном направлении обхода контура сила тока, направленного от правой пластины конденсатора, положительна. Эта пластина разряжается и её заряд уменьшается. Изменение заряда Δq за малый интервал времени Δt отрицательно. Для того чтобы сила тока была положительной величиной, её надо определить так:

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = -q'. \qquad (2.3.10)$$

Если бы вместо заряда q правой пластины мы взяли заряд левой пластины, то $i = +q'$. В нашем случае справедливо ра-

венство (2.3.10). Окончательно уравнение (2.3.5) запишем в форме:

$$-q'R = \frac{q}{C} + Lq'',$$

или

$$Lq'' + Rq' + \frac{q}{C} = 0. \qquad (2.3.11)$$

Это и есть основное уравнение для процессов в колебательном контуре. Оно аналогично уравнению (1.9.5) с правой частью, равной нулю. (Такое уравнение будет описывать свободные затухающие колебания.)

Строгий вывод формулы Томсона

Решение уравнения (2.3.11) в общем случае, т. е. нахождение зависимости заряда и силы тока от времени, слишком сложно. Мы ограничимся случаем, когда резистор в контуре отсутствует и членом $iR = -q'R$ можно пренебречь. Тогда уравнение (2.3.11) упрощается и его можно записать в виде

$$Lq'' = -\frac{q}{C}. \qquad (2.3.12)$$

Теперь, наконец, вы в полной мере сможете оценить те усилия, которые были затрачены для изучения колебаний груза на пружине и математического маятника. Ведь уравнение (2.3.12) ничем, кроме обозначений, не отличается от уравнения (1.2.4), описывающего колебания груза на пружине. При замене $m \to L$, $a_x = x'' \to q''$, $k \to \frac{1}{C}$ и $x \to q$ мы в точности получим уравнение (2.3.12) вместо (1.2.4).

Но уравнение (1.2.4) или эквивалентное ему уравнение (1.4.1) нами уже решено. Поэтому, зная, как колеблется груз на пружине, мы сразу можем сказать, как происходят колебания в контуре.

Разделив правую и левую части уравнения (2.3.12) на L и введя обозначение

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \qquad (2.3.13)$$

будем иметь

$$q'' = -\omega_0^2 q. \qquad (2.3.14)$$

А это то же самое, что и уравнение (1.4.1). В уравнении (1.4.1) ω_0 — циклическая частота колебаний. Значит, и величина ω_0, определяемая выражением (2.3.13), тоже является частотой колебаний, но теперь уже частотой электриче-

ских колебаний (заряда, силы тока и других величин). Период свободных колебаний в контуре равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}. \qquad (2.3.15)$$

Это и есть формула Томсона.

Конечно, и без каких-либо уравнений мы могли бы сообразить, что период T должен увеличиваться с ростом индуктивности L и ёмкости C. Действительно, при увеличении L сила тока медленнее нарастает со временем и медленнее падает до нуля. А чем больше ёмкость, тем большее время требуется для перезарядки конденсатора. Но получить формулу (2.3.15) строго без уравнения (2.3.14) мы бы не смогли.

Гармонические колебания заряда и силы тока

Подобно тому, как координата при механических колебаниях меняется по гармоническому закону, точно так же заряд конденсатора меняется по закону синуса или косинуса:

$$q = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \text{ или } q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \qquad (2.3.16)$$

Здесь q_m — амплитуда колебаний заряда, а φ_0 — начальная фаза колебаний. Эти величины определяются начальными условиями, т. е. значениями заряда и силы тока в начальный момент времени: $q(0) = q_0$ и $i(0) = i_0$.

Если в начальный момент времени $q(0) = q_0$, а $i(0) = 0$, то колебания совершаются по косинусоидальному закону с нулевой начальной фазой* и амплитудой $q_m = q_0$:

$$q = q_0 \cos \omega_0 t. \qquad (2.3.17)$$

Точно так же изменяется координата груза на пружине, если вы вывели груз из положения равновесия и не сообщили ему начальной скорости. Сила тока также совершает гармонические колебания. Если $q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, то

$$i = q' = -q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (2.3.18)$$

где $I_m = \omega_0 q_m$ — амплитуда колебаний силы тока. Колебания силы тока смещены по фазе относительно колебаний заряда на $\frac{\pi}{2}$. При начальных условиях $q(0) = q_0$, $i(0) = 0$

$$i = I_m \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (2.3.19)$$

---

* Именно такой случай описан в § 2.2, когда колебания в контуре начинались после замыкания цепи предварительно заряженного конденсатора.

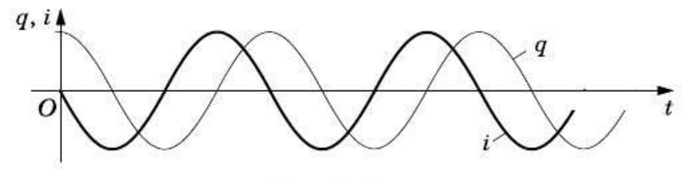


Рис. 2.8

Колебания заряда и силы тока для этого случая графически представлены на рисунке 2.8.

В действительности из-за энергетических потерь колебания будут затухающими. Чем больше сопротивление R контура, тем больше будет период колебаний. При достаточно большом сопротивлении колебания не возникают. Конденсатор разрядится, но перезарядки не произойдёт.

? Выведите основное уравнение для процессов в колебательном контуре.

§ 2.4. ПЕРЕМЕННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Свободные электромагнитные колебания в контуре быстро затухают, и поэтому их нельзя использовать на практике. Напротив, незатухающие вынужденные колебания имеют огромное практическое значение, гораздо большее, чем вынужденные механические колебания.

Переменный ток в обычной осветительной цепи квартиры, применяемый на заводах и фабриках, представляет собой вынужденные электрические колебания. Периодически меняется по гармоническому закону напряжение на концах цепи, и это вызывает гармонические колебания силы тока.



Рис. 2.9

Колебания напряжения легко обнаружить с помощью осциллографа. Для этого на вертикально отклоняющие пластины осциллографа надо подать напряжение от сети. Тогда временна́я развёртка колебаний будет представлять собой синусоиду (рис. 2.9). Зная скорость движения электронного луча по экрану в горизонтальном направлении (она определяется частотой «пилообразного»

напряжения), можно определить частоту колебаний напряжения в сети. Она равна 50 Гц. Такую же частоту колебаний имеет и сила переменного тока. Это означает, что на протяжении 1 с ток 50 раз поменяет своё направление. Частота 50 Гц принята для промышленного тока во многих странах мира. В США частота промышленного тока составляет 60 Гц.

Квазистационарный ток

Если напряжение на концах цепи меняется по гармоническому закону, то напряжённость электрического поля внутри проводников, созданного поверхностными зарядами, будет также меняться гармонически. Эти гармонические изменения напряжённости поля вызовут гармонические колебания скорости упорядоченного движения заряженных частиц и, следовательно, гармонические колебания силы тока.

Правда, при изменении напряжения на концах цепи электрическое поле не меняется мгновенно во всей цепи. Изменения поля распространяются хотя и с очень большой, но не бесконечно большой скоростью.

Однако, если время распространения изменения поля в цепи много меньше периода T колебаний напряжения, можно считать, что электрическое поле во всей цепи сразу же меняется при изменении напряжения на концах цепи. При этом сила тока в данный момент времени имеет практически одно и то же значение во всех сечениях неразветвлённой цепи.

Такой медленно меняющийся переменный ток называется квазистационарным. Если длина цепи l, то время распространения изменений электрического поля от одного конца цепи до другого определяется величиной $\frac{l}{c}$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость распространения электромагнитных взаимодействий (скорость света). Для переменного тока периодом T условие квазистационарности запишется так:

$$T \gg \frac{l}{c}. \qquad (2.4.1)$$

Период электрических колебаний квазистационарного тока должен быть много больше времени распространения в цепи электромагнитных возмущений. При частоте $\nu = 50$ Гц длина цепи должна быть много меньше расстояния: $l \ll 6000$ км. Поэтому во всех случаях, кроме передачи электроэнергии по проводам на очень большие расстояния, промышленный ток можно считать квазистационарным.

Мы в дальнейшем будем изучать вынужденные квазистационарные электрические колебания, происходящие в цепях под действием напряжения, гармонически меняющегося с частотой ω по синусоидальному или косинусоидальному закону:

$$u = U_m \sin \omega t \text{ или } u = U_m \cos \omega t, \qquad (2.4.2)$$

где U_m — амплитуда напряжения, а ω — циклическая частота колебаний. Когда колебания происходят длительное время, то значение начальной фазы не играет сколько-нибудь существенную роль. Поэтому начальную фазу можно принять равной нулю и с одинаковым успехом использовать как синусоидальную, так и косинусоидальную функцию.

Если напряжение меняется с частотой ω, то и сила тока в цепи будет меняться с той же частотой, но колебания силы тока не обязательно должны совпадать по фазе с колебаниями напряжения. Аналогично колебания скорости при вынужденных механических колебаниях не совпадают по фазе с колебаниями силы. Поэтому в общем случае

$$i = I_m \sin (\omega t + \varphi_c), \qquad (2.4.3)$$

где φ_c — разность (сдвиг) фаз между колебаниями силы тока и напряжения.

? Поясните смысл термина «квазистационарный». Что означает приставка «квази-»? Приведите примеры слов с данной приставкой и раскройте их смысл.

§ 2.5. ДЕЙСТВУЮЩИЕ ЗНАЧЕНИЯ СИЛЫ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ

Напряжение и сила промышленного переменного тока изменяются сравнительно быстро. Поэтому при прохождении тока по проводнику, например по нити электрической лампочки, количество выделенной энергии также меняется со временем. Но этих быстрых изменений мы не замечаем. Нас интересует количество теплоты, которое выделяется в среднем за единицу времени. Это значение совпадает со средним за период колебаний, и оно определяет мощность лампочки.

Как и при механических колебаниях, в случае электрических колебаний нас не интересуют значения силы тока, напряжения и заряда в каждый момент времени (мгновенные

значения). Важны общие характеристики колебаний, такие как амплитуда, частота, сдвиг фаз, а также средние по времени значения силы тока, напряжения, мощности и других величин.

Выясним вначале, чему равно среднее за период T значение силы тока. В течение половины периода сила тока положительна, а во время другой половины периода отрицательна (рис. 2.10). Если разбить весь интервал времени T на очень малые отрезки, то положительному значению силы тока на любом малом отрезке первой половины периода будет отвечать такое же отрицательное значение на соответствующем отрезке второй половины периода (см. рис. 2.10). Поэтому среднее за период значение силы тока равно нулю:

$$\overline{i} = 0. \qquad (2.5.1)$$

Угол отклонения стрелки амперметра, в котором проволочная рамка с током поворачивается в поле постоянного магнита (прибор магнитоэлектрической системы), пропорционален силе тока. Такой амперметр может измерять силу тока только в цепях постоянного тока. При включении его в цепь переменного тока он покажет нуль. Стрелка обладает инертностью и не успевает отклоняться в такт с изменением силы тока. Она будет лишь слегка дрожать на месте.

Мощность в цепи постоянного тока на участке сопротивлением R определяется квадратом силы тока. В случае же переменного тока она определяется средним значением квадрата силы тока. Среднее значение квадрата силы тока за период уже не равно нулю, так как квадрат силы тока на протяжении всего периода положителен (рис. 2.11).

Так как $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$, то

$$i^2 = I_m^2 \sin^2 \omega t = \frac{I_m^2}{2}(1 - \cos 2\omega t). \qquad (2.5.2)$$

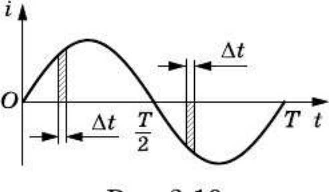


Рис. 2.10

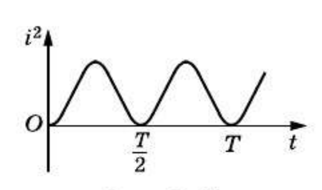


Рис. 2.11

Величина $\frac{I_m^2}{2}$ постоянна. Среднее за период значение $\cos 2\omega t$ равно нулю, так же как и среднее значение $\sin \omega t$. Следовательно, среднее значение квадрата силы тока

$$\overline{i^2} = \frac{I_m^2}{2}. \qquad (2.5.3)$$

Действующим значением I силы переменного тока называют квадратный корень из среднего квадрата силы тока:

$$I = \sqrt{\overline{i^2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \qquad (2.5.4)$$

Действующее значение U переменного напряжения определяется подобным образом:

$$U = \sqrt{\overline{U^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \qquad (2.5.5)$$

Амперметры и вольтметры для переменного тока устроены так, что углы отклонения их стрелок пропорциональны I^2 или U^2. В приборах электродинамической системы ток проходит через две катушки, соединённые последовательно. К одной из них прикреплена стрелка. Эта лёгкая подвижная катушка поворачивается в магнитном поле второй, неподвижной катушки. При этом угол поворота стрелки пропорционален I^2 или U^2. Градуируют амперметры и вольтметры так, чтобы они показывали действующее значение силы тока и напряжения.

Конечно, можно было бы характеризовать силу тока и напряжение амплитудами, а не действующими значениями. Но действующие значения значительно удобнее в том смысле, что именно они непосредственно определяют мощность переменного тока в цепи.

Действующее значение силы переменного тока равно силе постоянного тока, который за время, равное одному периоду колебаний, выделяет в цепи такое же количество теплоты, что и рассматриваемый переменный ток за это время.

? **1.** Что такое действующие значения силы тока и напряжения?

2. В чём отличие амперметров и вольтметров для переменного и постоянного токов?

§ 2.6. РЕЗИСТОР В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Займёмся более детальным рассмотрением тех процессов, которые происходят в цепи, подключённой к источнику переменного напряжения.

Пусть цепь состоит из проводников с малой индуктивностью и резисторов с большим сопротивлением R. Например, такой цепью может быть нить накаливания электрической лампы и подводящие к ней провода. Величину R, которую мы до сих пор называли электрическим сопротивлением или просто сопротивлением, теперь будем называть *активным сопротивлением*. В цепи переменного тока могут быть и другие сопротивления, зависящие от индуктивности цепи и её ёмкости. Сопротивление R называется активным потому, что, как мы увидим в дальнейшем, только на нём выделяется энергия.

Итак, в цепи имеется резистор, активное сопротивление которого R, а катушка индуктивности и конденсатор отсутствуют (рис. 2.12).

Напряжение на концах цепи меняется по гармоническому закону $u = U_m \sin \omega t$. Как и в случае постоянного тока, мгновенное значение силы тока прямо пропорционально мгновенному значению напряжения. Поэтому можно считать, что мгновенное значение силы тока определяется законом Ома:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t. \qquad (2.6.1)$$

Следовательно, *в проводнике с активным сопротивлением колебания силы тока по фазе совпадают с колебаниями напряжения* (рис. 2.13), *а амплитуда силы тока равна амплитуде напряжения, делённой на сопротивление*:

$$I_m = \frac{U_m}{R}. \qquad (2.6.2)$$

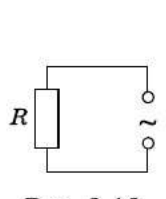


Рис. 2.12

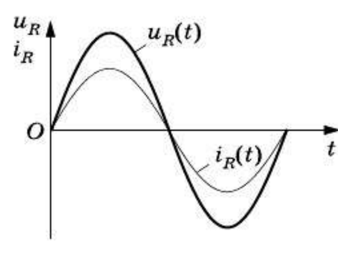


Рис. 2.13

Действующие значения силы тока и напряжения связаны таким же соотношением:

$$I = \frac{U}{R}. \tag{2.6.3}$$

? **1.** Поясните смысл термина «активное сопротивление».

2. Выполняется ли закон Ома для участка цепи при рассмотрении цепи переменного тока, содержащей резистор?

§ 2.7. КОНДЕНСАТОР В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Постоянный ток не может существовать в цепи, содержащей конденсатор. Цепь при этом оказывается разомкнутой, так как обкладки конденсатора разделены слоем диэлектрика.

Переменный ток способен течь в цепи, содержащей конденсатор. В этом можно убедиться с помощью простого опыта.

Возьмём источники постоянного и переменного напряжений, причём постоянное напряжение на зажимах источника пусть будет равно действующему значению переменного напряжения. Цепь состоит из конденсатора и лампы накаливания (рис. 2.14), соединённых последовательно. При включении с помощью переключателя постоянного напряжения лампа не светится. Но при включении переменного напряжения лампа начинает светиться, если ёмкость конденсатора достаточно велика.

Как же переменный ток может течь по разомкнутой цепи? Здесь происходит периодическая перезарядка конденсатора под действием переменного напряжения. Ток, текущий при перезарядке, нагревает нить лампы.

Найдём, как меняется со временем сила тока в цепи, содержащей только конденсатор, если сопротивлением проводников и обкладок конденсатора можно пренебречь (рис. 2.15).

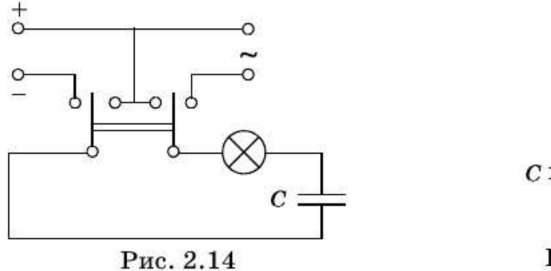


Рис. 2.14

Рис. 2.15

Напряжение на конденсаторе

$$u = \frac{q}{C}$$

равно напряжению на зажимах цепи. Следовательно,

$$\frac{q}{C} = U_m \sin \omega t.$$

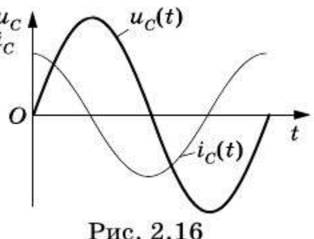


Рис. 2.16

Заряд конденсатора меняется по гармоническому закону:

$$q = CU_m \sin \omega t. \qquad (2.7.1)$$

Сила тока представляет собой производную заряда по времени. Если заряд q в формуле (2.7.1) — это заряд той пластины конденсатора, которая встречается первой при выбранном направлении обхода контура, то (см. с. 63, § 2.3)

$$i = q' = U_m C\omega \cos \omega t = U_m C\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (2.7.2)$$

Следовательно, *колебания силы тока опережают по фазе колебания напряжения на* $\pi/2$ (рис. 2.16). Это означает, что в момент, когда конденсатор начинает заряжаться, сила тока максимальна по модулю, а напряжение равно нулю. После того как напряжение достигает максимума, сила тока становится равной нулю и т. д.

Амплитуда силы тока равна:

$$I_m = U_m \omega C. \qquad (2.7.3)$$

Если ввести обозначение

$$\frac{1}{\omega C} = X_C \qquad (2.7.4)$$

и вместо амплитуд силы тока и напряжения использовать их действующие значения, то получим:

$$I = \frac{U}{X_C}. \qquad (2.7.5)$$

Величину X_C, *обратную произведению циклической частоты на ёмкость конденсатора, называют ёмкостным сопротивлением.* Роль этой величины подобна роли активного сопротивления R в законе Ома (2.6.3). Действующее значение силы тока связано с действующим значением напряжения на конденсаторе точно так же, как связаны согласно закону Ома сила тока и напряжение на участке цепи постоянного тока. Это и позволяет рассматривать величину X_C как сопротивление конденсатора переменному току — ёмкостное сопротивление.

Чем больше ёмкость конденсатора, тем больше, согласно формуле (2.7.3) сила тока перезарядки. Это легко обнаружить по увеличению накала лампы при увеличении ёмкости конденсатора. В то время как сопротивление конденсатора постоянному току бесконечно велико, его сопротивление переменному току имеет конечное значение X_C. Оно уменьшается с увеличением ёмкости и увеличением частоты.

Это можно увидеть, если для питания цепи, изображённой на рисунке 2.14, использовать генератор переменного тока регулируемой частоты. Плавно увеличивая частоту переменного тока, можно наблюдать увеличение накала лампы. Оно вызвано увеличением силы тока за счёт уменьшения ёмкостного сопротивления конденсатора.

Если на один вход двухлучевого осциллографа подать напряжение с конденсатора, а на другой вход — напряжение, мгновенное значение которого пропорционально силе тока в цепи (это напряжение снимается с активного сопротивления), то на экране будут одновременно наблюдаться осциллограммы (временны́е развёртки) обоих колебаний: напряжения и силы тока. Такие наблюдения подтверждают полученный выше вывод о том, что колебания силы тока в цепи конденсатора сдвинуты по фазе относительно колебаний напряжения на $\pi/2$, как это показано на рисунке 2.16.

?
1. Может ли существовать постоянный ток в цепи, содержащей конденсатор?
2. Поясните смысл термина «перезарядка конденсатора».
3. Докажите, что колебания силы тока опережают по фазе колебания напряжения на $\frac{\pi}{2}$ при наличии конденсатора в цепи переменного тока.
4. Каким образом записывается закон Ома при наличии конденсатора в цепи переменного тока?

§ 2.8. КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Индуктивность влияет на силу переменного тока в цепи. Это можно обнаружить с помощью простого опыта.

Составим цепь из катушки большой индуктивности и лампы накаливания (рис. 2.17). С помощью переключателя можно присоединять эту цепь либо к источнику постоянного

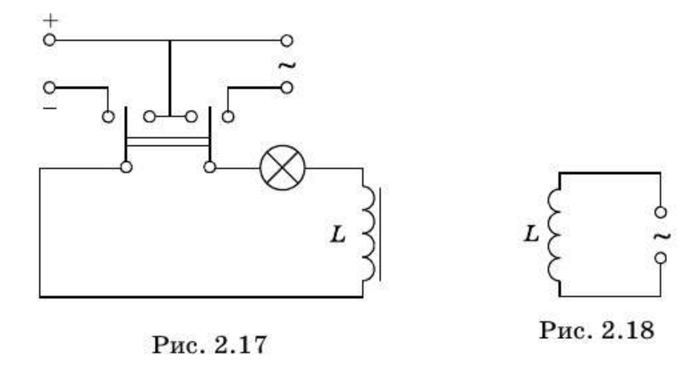


Рис. 2.17

Рис. 2.18

напряжения, либо к источнику переменного напряжения. При этом постоянное напряжение и действующее значение переменного напряжения должны быть одинаковы. Опыт показывает, что лампа светится ярче при постоянном напряжении. Следовательно, действующее значение силы тока в рассматриваемой цепи меньше силы постоянного тока.

Объясняется это самоиндукцией. При подключении катушки к источнику постоянного напряжения сила тока в цепи нарастает постепенно. Возникающее при нарастании силы тока вихревое электрическое поле тормозит движение электронов. Лишь по прошествии некоторого времени сила тока достигает наибольшего (установившегося) значения, соответствующего данному постоянному напряжению.

Если напряжение быстро меняется, то сила тока не будет успевать достигать тех установившихся значений, которые она приобрела бы с течением времени при постоянном напряжении, равном максимальному значению переменного напряжения. Следовательно, максимальное значение силы переменного тока (его амплитуда) ограничивается индуктивностью L цепи и будет тем меньше, чем больше индуктивность и чем больше частота приложенного напряжения.

Определим силу тока в цепи, содержащей катушку, активным сопротивлением которой можно пренебречь (рис. 2.18). Для этого предварительно найдём связь между напряжением на катушке и ЭДС самоиндукции в ней.

Если сопротивление катушки равно нулю, то напряжённость вихревого электрического поля, порождаемого переменным магнитным полем в каждой точке, равна по модулю и противоположна по направлению напряжённости электрического поля, обусловленного разностью потенциалов между выводами катушки. Иначе говоря, ЭДС самоиндук-

ции в любой момент времени будет равна по модулю и противоположна по знаку напряжению на катушке (в данном случае она равна разности потенциалов между её выводами):

$$e_i = -u. \qquad (2.8.1)$$

При изменении силы тока по гармоническому закону $i = I_m \sin \omega t$ ЭДС самоиндукции равна:

$$e_i = -Li' = -L\omega I_m \cos \omega t. \qquad (2.8.2)$$

Так как $u = -e_i$, то напряжение на концах катушки оказывается равным

$$u = L\omega I_m \cos \omega t = L\omega I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (2.8.3)$$

где $U_m = L\omega I_m$ — амплитуда напряжения.

Следовательно, *колебания напряжения на катушке индуктивности опережают колебания силы тока на* $\pi/2$, *или, что то же самое, колебания силы тока отстают по фазе от колебаний напряжения на* $\pi/2$.

В момент, когда напряжение на катушке достигает максимума, сила тока равна нулю (рис. 2.19). В момент, когда напряжение становится равным нулю, сила тока максимальна по модулю.

Амплитуда силы тока в катушке равна:

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L}. \qquad (2.8.4)$$

Если ввести обозначение

$$\omega L = X_L \qquad (2.8.5)$$

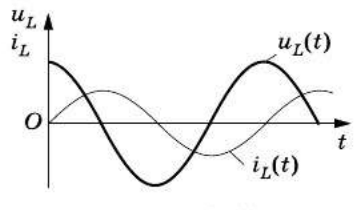


Рис. 2.19

и вместо амплитуд силы тока и напряжения использовать их действующие значения, то получим:

$$I = \frac{U}{X_L}. \quad (2.8.6)$$

Величину X_L, равную произведению циклической частоты на индуктивность катушки, называют индуктивным сопротивлением.

Согласно формуле (2.8.6) действующее значение силы тока связано с действующим значением напряжения и индуктивным сопротивлением соотношением, подобным закону Ома для цепи постоянного тока.

Индуктивное сопротивление зависит от частоты. Постоянный ток вообще «не замечает» индуктивности катушки. При $\omega = 0$ индуктивное сопротивление равно нулю ($X_L = 0$). Чем быстрее меняется напряжение, тем больше ЭДС самоиндукции и тем меньше амплитуда силы тока. Это нетрудно обнаружить, если для питания цепи, изображённой на рисунке 2.17, взять генератор переменного тока регулируемой частоты. При этом нужно предусмотреть возможность изменения индуктивности катушки (например, путём включения различного числа витков). При увеличении частоты или индуктивности сила тока в цепи уменьшается и свечение лампы ослабевает. Это свидетельствует об увеличении сопротивления с ростом L и ω.

Сдвиг фаз между силой тока и напряжением можно наблюдать методом, о котором говорилось в § 2.7.

? **1.** Докажите, что колебания силы тока отстают по фазе от колебания напряжения на $\frac{\pi}{2}$ при наличии катушки индуктивности в цепи переменного тока.

2. Каким образом записывается закон Ома при наличии катушки индуктивности в цепи переменного тока?

§ 2.9. ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Рассмотрим теперь более общий случай электрической цепи, в которой последовательно соединены проводник с активным сопротивлением R и малой индуктивностью, катушка с большой индуктивностью L и малым активным сопротивлением и конденсатор ёмкостью C (рис. 2.20).

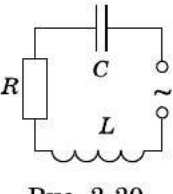


Рис. 2.20

Чему равна амплитуда силы тока в такой цепи (колебательном контуре), если на её концах поддерживается напряжение $u(t) = U_m \sin \omega t$? Мы видели, что при включении по отдельности в цепь проводника с активным сопротивлением R, конденсатора ёмкостью C или катушки с индуктивностью L амплитуда силы тока определяется соответственно формулами (2.6.2), (2.7.3) и (2.8.4). Амплитуды же напряжений на резисторе, катушке индуктивности и конденсаторе связаны с амплитудой силы тока так:

$$U_{mR} = I_m R,\ U_{mC} = I_m \frac{1}{\omega C},\ U_{mL} = I_m \omega L. \qquad (2.9.1)$$

В цепях постоянного тока напряжение на концах цепи равно сумме напряжений на отдельных последовательно соединённых участках цепи. Однако, если измерить результирующее напряжение на контуре и напряжения на отдельных элементах цепи переменного тока, окажется, что напряжение на контуре (действующее значение) не равно сумме напряжений на отдельных элементах.

Почему это так? Дело в том, что гармонические колебания напряжения на различных участках цепи сдвинуты по фазе друг относительно друга.

Действительно, квазистационарный ток в любой момент времени одинаков во всех участках цепи. Это значит, что одинаковы амплитуды и фазы токов, протекающих по участкам с ёмкостным, индуктивным и активным сопротивлениями. Однако только на участке с активным сопротивлением колебания напряжения и силы тока совпадают по фазе. На конденсаторе колебания напряжения отстают по фазе от колебаний силы тока на $\pi/2$ (см. § 2.7), а на катушке индуктивности колебания напряжения опережают колебания силы тока на $\pi/2$ (см. § 2.8).

Векторная диаграмма электрической цепи

Для вывода закона Ома в случае электрической цепи переменного тока, изображённой на рисунке 2.20, нужно уметь складывать мгновенные колебания напряжений, сдвинутых по фазе друг относительно друга. Проще всего выполнять сложение нескольких гармонических колебаний с помощью векторных диаграмм, о которых было рассказано в § 1.11. Векторная диаграмма электрических колебаний в цепи позволит нам определить амплитуду силы тока в зависимости

от амплитуды напряжения и сдвиг фаз между силой тока и напряжением.

Так как сила тока одинакова во всех участках цепи, то построение векторной диаграммы удобно начать с вектора силы тока $\vec{I}_m$. Этот вектор изобразим в виде вертикальной стрелки (рис. 2.21). Напряжение на резисторе совпадает по фазе с силой тока. Поэтому вектор $\vec{U}_{mR}$ должен совпадать по направлению с вектором $\vec{I}_m$. Его модуль равен $U_{mR} = I_m R$.

Колебания напряжения на катушке индуктивности опережают колебания силы тока на $\pi/2$, и соответствующий вектор $\vec{U}_{mL}$ должен быть повёрнут относительно вектора $\vec{I}_m$ на $\pi/2$. Его модуль равен $U_{mL} = I_m \omega L$. Если считать, что положительному сдвигу фаз соответствует поворот вектора против часовой стрелки, то вектор $\vec{U}_{mL}$ следует повернуть налево на $\pi/2$. (Можно было бы, конечно, поступить и наоборот.)

Вектор напряжения на конденсаторе $\vec{U}_{mC}$ отстаёт по фазе от вектора $\vec{I}_m$ на $\pi/2$ и поэтому повёрнут на этот угол относительно вектора $\vec{I}_m$ направо. Его модуль равен $U_{mC} = I_m \frac{1}{\omega C}$.

Для нахождения вектора суммарного напряжения $\vec{U}_m$ нужно сложить три вектора: $\vec{U}_{mR}$, $\vec{U}_{mL}$ и $\vec{U}_{mC}$. Вначале удобнее сложить два вектора $\vec{U}_{mL}$ и $\vec{U}_{mC}$ (рис. 2.22). Модуль этой суммы равен $I_m\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$, если $\omega L > \frac{1}{\omega C}$. Именно такой случай изображён на рисунке. После этого, сложив вектор $\vec{U}_{mL} + \vec{U}_{mC}$ с вектором $\vec{U}_{mR}$, получим вектор $\vec{U}_m$, характеризующий колебания напряжения в цепи.

По теореме Пифагора (из треугольника AOB):

$$U_m^2 = U_{mR}^2 + (U_{mL} - U_{mC})^2 = I_m^2 R^2 + I_m^2\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2,$$

Рис. 2.21

Рис. 2.22

или

$$U_m^2 = I_m^2\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]. \qquad (2.9.2)$$

Из равенства (2.9.2) можно найти амплитуду силы тока в цепи:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \qquad (2.9.3)$$

Это и есть *закон Ома для электрической цепи переменного тока*, изображённой на рисунке 2.20.

Благодаря сдвигу фаз между напряжениями на различных участках цепи переменного тока *полное сопротивление Z цепи* (см. рис. 2.20) выражается так:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \qquad (2.9.4)$$

От амплитуд силы тока и напряжения можно перейти к действующим значениям этих величин. Они связаны друг с другом точно так же, как и амплитуды в формуле (2.9.3):

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \qquad (2.9.5)$$

Мгновенное значение силы тока меняется со временем гармонически:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_c), \qquad (2.9.6)$$

где φ_c — разность фаз между силой тока и напряжением в сети. Она зависит от частоты ω и параметров цепи R, L, C.

Сдвиг фаз между силой тока и напряжением

Сдвиг фаз φ_c между колебаниями силы тока и напряжения равен по модулю углу φ между векторами $\vec{U}_m$ и $\vec{I}_m$ (см. рис. 2.22). Как следует из этого рисунка,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \qquad (2.9.7)$$

Согласно рисунку 2.22, сила тока отстаёт от напряжения по фазе при условии $\omega L > \frac{1}{\omega C}$. Поэтому сдвиг фаз $\varphi_c = -\varphi$ и

$$\operatorname{tg}\varphi_c = -\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \qquad (2.9.8)$$

В частных случаях цепей с активным, ёмкостным и индуктивным сопротивлениями из этой формулы получаются правильные значения сдвига фаз.

? Опираясь на метод векторных диаграмм, выведите закон Ома для электрической цепи переменного тока. Где вы уже использовали метод векторных диаграмм?

§ 2.10. МОЩНОСТЬ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Мощность в цепи постоянного тока определяется произведением напряжения на силу тока:

$$P = UI. \qquad (2.10.1)$$

Физический смысл этой формулы прост: так как напряжение U численно равно работе электрического поля по перемещению единичного заряда, то произведение UI характеризует работу по перемещению заряда за единицу времени, протекающего через поперечное сечение проводника, т. е. является мощностью. Мощность электрического тока на данном участке цепи положительна, если энергия поступает к этому участку из остальной сети, и отрицательна, если энергия с этого участка возвращается в сеть. На протяжении очень малого интервала времени квазистационарный переменный ток можно считать неизменным. Поэтому мгновенная мощность в цепи переменного тока определяется такой же формулой:

$$p = ui. \qquad (2.10.2)$$

Если напряжение на концах цепи меняется по гармоническому закону

$$u = U_m \cos \omega t^*,$$

то и сила тока будет меняться со временем гармонически с той же частотой, но в общем случае будет сдвинута по фазе относительно напряжения:

$$i = I_m \cos (\omega t + \varphi_c),$$

где φ_c — сдвиг фаз между силой тока и напряжением. Поэтому для мгновенной мощности можно записать:

$$p = ui = U_m I_m \cos \omega t \cos (\omega t + \varphi_c). \qquad (2.10.3)$$

---

* С тем же успехом, разумеется, вместо $u = U_m \cos \omega t$ можно было бы записать $u = U_m \sin \omega t$.

При этом мощность меняется со временем как по модулю, так и по знаку. В течение одной части периода энергия поступает к данному участку цепи ($p > 0$), но в течение другой части периода некоторая доля энергии вновь возвращается в сеть ($p < 0$).

Как правило, во всех случаях нам надо знать среднюю мощность на участке цепи за достаточно большой промежуток времени, включающий много периодов. Для этого достаточно определить среднюю мощность за один период.

Чтобы найти среднюю мощность за период, преобразуем сначала формулу (2.10.3) таким образом, чтобы выделить в ней член, не зависящий от времени. С этой целью воспользуемся известной формулой для произведения двух косинусов:

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)].$$

В рассматриваемом случае $\alpha = \omega t$ и $\beta = \omega t + \varphi_c$. Поэтому

$$p = \frac{U_m I_m}{2}[\cos\varphi_c + \cos(2\omega t + \varphi_c)] =$$

$$= \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi_c + \frac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \varphi_c).$$

Но среднее значение второго члена за период равно нулю (см. § 2.5). Следовательно, средняя мощность за период равна первому члену, не зависящему от времени:

$$\overline{p} = \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi_c.$$

Переходя к действующим значениям силы тока и напряжения, получим:

$$\overline{p} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}\frac{I_m}{\sqrt{2}}\cos\varphi_c = UI\cos\varphi_c.$$

Эту величину называют просто мощностью переменного тока на участке цепи и обозначают через P:

$$\boxed{P = UI\cos\varphi_c.} \qquad (2.10.4)$$

Таким образом, мощность переменного тока на участке цепи определяется именно действующими значениями силы тока и напряжения. Она зависит также от сдвига фаз φ_c между напряжением и током. Множитель $\cos\varphi_c$ в формуле (2.10.4) называется *коэффициентом мощности*.

В случае, когда $\varphi_c = \pm\frac{\pi}{2}$, энергия, поступающая к участку цепи за период, равна нулю, хотя в цепи и существует ток. Так будет, в частности, если цепь содержит только катушку индуктивности, сопротивление которой равно нулю, или только конденсатор.

Как же средняя мощность может оказаться равной нулю при наличии тока в цепи? Это поясняют приведённые на рисунке 2.23 графики изменения со временем мгновенных значений напряжения, силы тока и мощности при $\varphi_c = -\frac{\pi}{2}$ (чисто индуктивное сопротивление участка цепи). График зависимости мгновенной мощности от времени можно получить, перемножая значения силы тока и напряжения в каждый момент времени. Из этого графика видно, что в течение одной четверти периода мощность положительна и энергия поступает к данному участку цепи; но в течение следующей четверти периода мощность отрицательна, и данный участок отдаёт без потерь обратно в сеть полученную ранее энергию. Поступающая в течение четверти периода энергия запасается в магнитном поле тока, а затем без потерь возвращается в сеть.

Лишь при наличии проводника с активным сопротивлением в цепи, не содержащей движущихся проводников, электромагнитная энергия превращается во внутреннюю энергию проводника, который нагревается. Обратного превращения внутренней энергии в электромагнитную на участке с активным сопротивлением уже не происходит. Для цепи, изображённой на рисунке 2.20, $U_R = IR = U\cos\varphi_c$. Подставив в формулу (2.10.4) вместо $U\cos\varphi_c$ произведение силы тока I на R, получим следующее выражение для мощности:

$$P = I^2R. \qquad (2.10.5)$$

Оно аналогично закону Джоуля—Ленца для постоянного тока. Формула (2.10.5) подтверждает сказанное выше о роли активного сопротивления. Но надо иметь в виду, что форму-

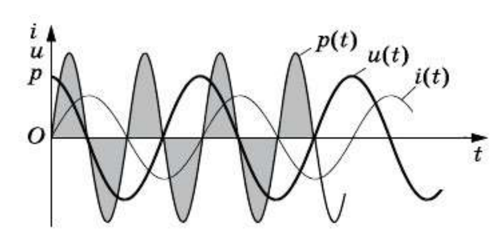


Рис. 2.23

ла (2.10.4) справедлива всегда, а формула (2.10.5) выполняется лишь для частного случая.

При проектировании цепей переменного тока нужно добиваться, чтобы $\cos \varphi_c$ не был мал. Иначе значительная часть энергии будет циркулировать по проводам от генератора к потребителям и обратно. Так как провода обладают активным сопротивлением, то при этом энергия расходуется на нагревание проводов.

Неблагоприятные условия для потребления энергии возникают при включении в сеть электродвигателей, так как их обмотка имеет малое активное сопротивление и большую индуктивность. Для увеличения $\cos \varphi_c$ в сетях питания предприятий с большим числом электродвигателей включают специальные компенсирующие конденсаторы. Нужно также следить, чтобы электродвигатели не работали вхолостую или с недогрузкой. Это уменьшает коэффициент мощности всей цепи. Повышение $\cos \varphi_c$ является важной народнохозяйственной задачей, так как позволяет с максимальной отдачей использовать генераторы электростанций и снизить потери энергии. Это достигается правильным проектированием электрических цепей. Запрещается использовать устройства с $\cos \varphi_c < 0,85$.

? **1.** Чему равны средние мощности переменного тока в конденсаторе и катушке индуктивности?

2. Поясните смысл фразы: «Правильное проектирование цепей переменного тока». В чём заключена «правильность»?

§ 2.11. РЕЗОНАНС В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

При изучении вынужденных механических колебаний мы познакомились с важным явлением — резонансом. Резонанс наблюдается в том случае, когда собственная частота колебаний системы совпадает с частотой внешней силы. При малом трении происходит резкое увеличение амплитуды установившихся вынужденных колебаний.

Совпадение законов механических и электромагнитных колебаний сразу же позволяет сделать заключение о возможности наблюдения резонанса в электрической цепи, если эта цепь представляет собой колебательный контур, обладающий определённой собственной частотой колебаний.

Амплитуда силы тока при вынужденных колебаниях в контуре, совершающихся под действием внешнего гармонически изменяющегося напряжения, определяется формулой (2.9.3).

При фиксированном напряжении и заданных значениях R, L и C амплитуда силы тока достигает максимума при частоте ω, удовлетворяющей соотношению

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}. \qquad (2.11.1)$$

Знаменатель в формуле (2.9.3) становится при этом минимальным, и амплитуда силы тока достигает максимального значения

$$I_m = \frac{U_m}{R}. \qquad (2.11.2)$$

Эта амплитуда особенно велика при малом R.

Из уравнения (2.11.1) можно определить циклическую частоту переменного тока, при которой сила тока максимальна:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0. \qquad (2.11.3)$$

Эта частота совпадает с частотой свободных колебаний в контуре с малым активным сопротивлением (см. § 2.3).

Резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний силы тока в колебательном контуре с малым активным сопротивлением происходит при совпадении частоты внешнего переменного напряжения с собственной частотой колебательного контура. В этом состоит явление резонанса в электрическом колебательном контуре.

Резонанс выражен тем отчётливее, чем меньше энергетические потери в цепи, т. е. чем меньше сопротивление R. При $R \to 0$ резонансное значение силы тока неограниченно возрастает: $I_{рез} \to \infty$. Наоборот, с увеличением R максимальное значение силы тока уменьшается, и при больших R говорить о резонансе уже не имеет смысла. Зависимость амплитуды силы тока от частоты при различных сопротивлениях показана на рисунке 2.24 ($R_1 < R_2 < R_3$).

Одновременно с ростом силы тока при резонансе резко возрастают напряжения на конденсаторе и катушке индуктивности. Эти напряжения становятся одинаковыми и во много раз превосходят внешнее напряжение.

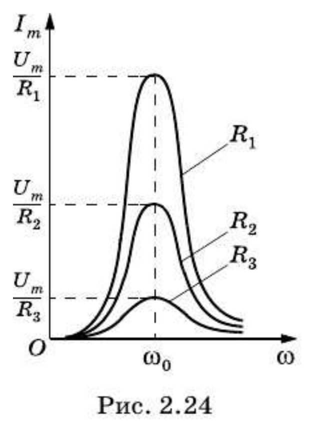


Рис. 2.24

Действительно,

$$U_{mC,\,\text{рез}} = I_{m,\,\text{рез}} \frac{1}{\omega_0 C} = I_{m,\,\text{рез}} \sqrt{\frac{L}{C}};$$

$$U_{mL,\,\text{рез}} = I_{m,\,\text{рез}} \omega_0 L = I_{m,\,\text{рез}} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Внешнее напряжение связано с резонансной силой тока так:

$$U_m = I_{m,\,\text{рез}} R.$$

Если $R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$, то

$$U_{mC,\,\text{рез}} = U_{mL,\,\text{рез}} \gg U_m.$$

При резонансе сдвиг фаз между силой тока и напряжением становится, согласно формуле (2.9.8), равным нулю. Наглядно это можно пояснить так. Колебания напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе всегда происходят в противофазе. Резонансные амплитуды этих напряжений одинаковы. В результате напряжения на катушке и конденсаторе полностью компенсируют друг друга ($u_L = -u_C$), и падение напряжения происходит только на участке с активным сопротивлением.

Согласно выражению для мощности (2.10.4) равенство нулю сдвига фаз между напряжением и силой тока при резонансе обеспечивает оптимальные условия для поступления энергии от источника переменного напряжения в цепь. Здесь полная аналогия с механическими колебаниями: при резонансе внешняя сила (аналог напряжения в цепи) совпадает по фазе со скоростью (аналог силы тока).

Может возникнуть вопрос: откуда система получает при резонансе большую энергию? Здесь происходит то же самое, что и в случае механического резонанса. Не сразу после включения внешнего напряжения в цепи установится резонансное значение силы тока. Установление колебаний в контуре происходит постепенно. Чем меньше R, тем больше времени пройдёт, пока амплитуда силы тока достигнет своего максимального значения за счёт энергии, поступающей от источника.

Для наблюдения резонанса в электрической цепи собирают установку (рис. 2.25). В ней используется внешний источник переменного напряжения регулируемой частоты. Увеличивая постепенно частоту колебаний внешнего напряжения, можно наблюдать, как изменяется сила тока в цепи, измеряемая амперметром, и напряжение на конденсаторе или ка-

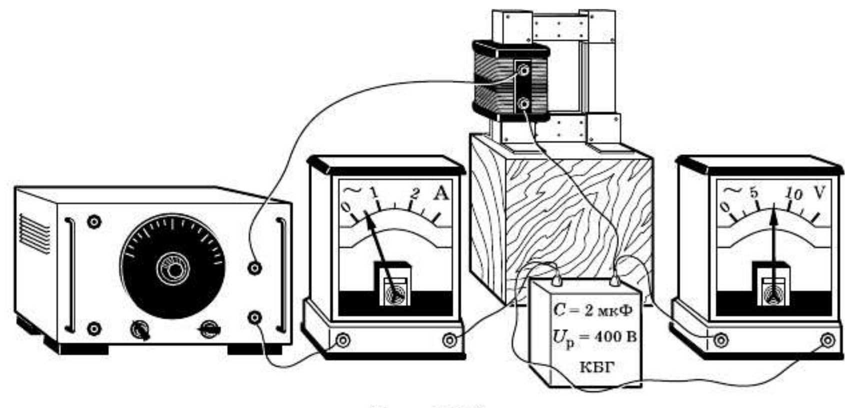


Рис. 2.25

тушке индуктивности, измеряемое вольтметром. Эти величины возрастают при резонансе в десятки или даже сотни раз.

Явление электрического резонанса используется, в частности, при осуществлении радиосвязи. Радиоволны от различных передающих станций возбуждают в антенне радиоприёмника переменные токи различных частот (рис. 2.26), так как каждая передающая радиостанция работает на своей частоте. С антенной индуктивно связан колебательный контур. Вследствие электромагнитной индукции в контурной катушке возникают переменные ЭДС соответствующих частот и вынужденные колебания силы тока этих же частот. Но только при резонансе колебания силы тока в контуре и напряжения на конденсаторе контура будут значительными. Имея это в виду, говорят, что из колебаний всех частот, возбуждённых в антенне, контур выделяет только колебания, частота которых равна собственной частоте контура. Настройка контура на нужную частоту ω_0 обычно осуществляется путём изменения ёмкости конденсатора. В этом состоит настройка радиоприёмника на определённую радиостанцию.

В некоторых случаях резонанс в электрической цепи может принести большой вред. Если цепь не рассчитана на работу в условиях резонанса, то его возникновение приведёт к аварии. Чрезмерно большие токи могут перегреть провода. Большие напряжения приведут к пробою изоляции. Такого рода аварии нередко случались в прошлом веке, когда плохо представляли себе законы электрических колебаний и не умели правильно рассчитывать электрические цепи.

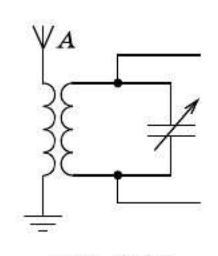


Рис. 2.26

? **1.** При каких условиях в электрическом колебательном контуре возникает резонанс?

2. Выявите общее/различное в явлении резонанса при рассмотрении вынужденных механических колебаний и электромагнитных колебаний.

§ 2.12. ЛАМПОВЫЙ ГЕНЕРАТОР

Вынужденные электрические колебания, которые мы до сих пор рассматривали, возникают под действием переменного напряжения, вырабатываемого генераторами на электростанциях.

Однако такие генераторы не способны создавать применяемые в радиотехнике колебания высокой частоты, так как для этого потребовалась бы чрезмерно большая скорость вращения роторов.

Колебания высокой частоты получают с помощью других устройств, одним из которых является так называемый ламповый генератор. Он назван так потому, что одной из его основных частей является трёхэлектродная электронная лампа — триод.

Ламповый генератор представляет собой автоколебательную систему, в которой вырабатываются незатухающие колебания за счёт энергии источника постоянного напряжения, например батареи гальванических элементов или выпрямителя. В этом отношении ламповый генератор подобен часам, в которых незатухающие колебания маятника поддерживаются за счёт потенциальной энергии поднятой гири или сжатой пружины.

Ламповый генератор содержит колебательный контур, состоящий из катушки с индуктивностью L и конденсатора ёмкостью C. Известно, что если конденсатор зарядить, то в контуре возникнут затухающие колебания. Чтобы колебания не затухали, нужно компенсировать потери энергии за каждый период.

Пополнять энергию в контуре можно, подзаряжая конденсатор. Для этого надо контур периодически подключать на некоторый промежуток времени к источнику постоянного напряжения. Конденсатор должен подключаться к источнику только в те интервалы времени, когда присоединённая к положительному полюсу источника обкладка конденсатора заряжена положительно, а присоединённая к отрицательно-

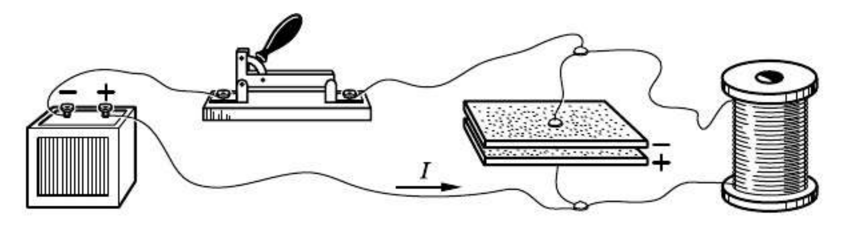


Рис. 2.27

му полюсу — отрицательно (рис. 2.27). Только в этом случае источник подзаряжает конденсатор, пополняя его энергию. При этом электрическое поле зарядов на обкладках конденсатора совершает отрицательную работу и энергия конденсатора увеличивается*.

Если же ключ замкнуть в момент времени, когда знаки зарядов на обкладках конденсатора соответствуют рисунку 2.28, то электрическое поле зарядов, имеющихся на обкладках конденсатора, будет совершать положительную работу. Энергия конденсатора при этом уменьшается; конденсатор частично разряжается.

Следовательно, источник постоянного напряжения, всё время подключённый к контуру, не может поддерживать в нём незатухающие колебания. Половину периода энергия будет поступать в контур, а в следующую половину периода — уходить из него.

Но если с помощью ключа подключать источник тока к колебательному контуру лишь в те полупериоды, когда происходит передача энергии в контур (см. рис. 2.27), то установятся незатухающие колебания. Понятно, что для этого необходимо обеспечить автоматическую работу ключа (или

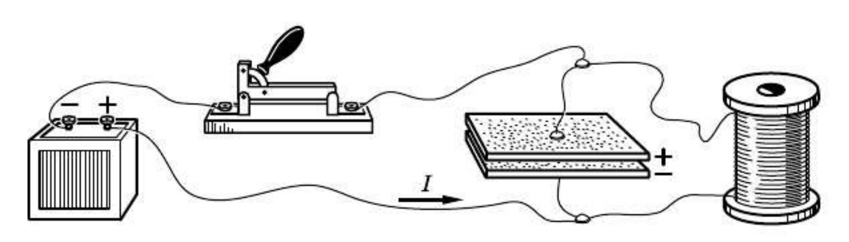


Рис. 2.28

* Из курса механики известно, что если внутренние силы системы совершают отрицательную работу, то потенциальная энергия системы увеличивается.

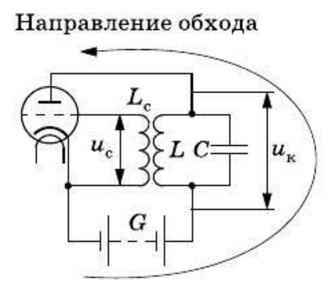


Рис. 2.29

клапана, как его часто называют). Поскольку речь идёт о колебаниях очень высокой частоты, то ключ должен обладать огромным быстродействием. В качестве такого практически безынерционного ключа используется триод (рис. 2.29)*.

В анодной цепи, в которую включён колебательный контур, должен протекать ток в те промежутки времени, когда обкладка конденсатора, присоединённая к положительному полюсу источника, заряжена положительно. Для этого колебания в контуре должны управлять потенциалом сетки u_c, регулирующим силу тока в анодной цепи. Необходима, как говорят, *обратная связь***.

Обратная связь в ламповом генераторе, схема которого приведена на рисунке 2.29, является *индуктивной*. В цепь сетки включена катушка L_c, индуктивно связанная с катушкой колебательного контура. Колебания силы тока в контуре вследствие явления электромагнитной индукции приводят к колебаниям напряжения на концах катушки L_c и тем самым к колебаниям потенциала сетки триода.

Выберем в качестве положительного направления обхода анодной цепи генератора направление против часовой стрелки. Напряжение на конденсаторе контура в этом случае равно разности потенциалов между нижней обкладкой конденсатора, присоединённой к положительному полюсу анодной батареи G, и верхней обкладкой.

Сила тока в контурной катушке отстаёт по фазе на $\pi/2$ от колебаний напряжения на контуре (это напряжение равно напряжению на конденсаторе). ЭДС индукции в катушке L_c (а значит, и напряжение между сеткой и катодом) согласно закону электромагнитной индукции сдвинута по фазе относительно колебаний силы тока в катушке контура тоже на $\pi/2$. В зависимости от порядка подключения концов катушки L_c к сетке и катоду лампы сдвиг фаз напряжения на участ-

---

* В схемах, приведённых на рис. 2.29 и 2.30, предполагается, что параметры триода и транзистора не изменяются при колебаниях температуры данных устройств.

** У часов с маятником обратная связь осуществляется анкерным механизмом.

ке сетка — катод равен либо $+\pi/2$, либо $-\pi/2$. В первом случае колебания напряжения на сетке совпадают по фазе с колебаниями напряжения на конденсаторе. Это означает, что в момент, когда нижняя пластина конденсатора заряжена положительно, сетка также заряжена положительно относительно катода лампы. Лампа при этом отперта, и ток в анодной цепи, созданный батареей G, подзаряжает конденсатор. В момент, когда нижняя пластина конденсатора заряжена отрицательно, потенциал сетки оказывается ниже потенциала катода и лампа запирается. Анодная цепь размыкается, и конденсатор не разряжается через анодную цепь. Это и является необходимым условием работы генератора.

При переключении концов катушки L_c напряжение на сетке меняет фазу на π. Сетка оказывается заряженной положительно, когда нижняя пластина конденсатора заряжена отрицательно (и наоборот). Анодный ток в лампе при этом разряжает конденсатор, а не подзаряжает его. В этих условиях генератор работать не будет.

После замыкания анодной цепи конденсатор заряжается, и в контуре начинаются колебания. Их амплитуда нарастает до тех пор, пока потери энергии в контуре не будут в точности компенсироваться поступлением энергии из анодной цепи. Эта амплитуда прямо пропорциональна напряжению на полюсах источника тока. Увеличение напряжения источника увеличивает «толчки» тока, подзаряжающего конденсатор контура.

Частота колебаний в контуре определяется индуктивностью L катушки и ёмкостью C конденсатора контура согласно формуле Томсона:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

При малых L и C частота колебаний велика.

Обнаружить возникновение колебаний в генераторе (возбуждение генератора) можно с помощью осциллографа, подав на его вертикально отклоняющие пластины напряжение с конденсатора. Если поменять местами концы катушки L_c, присоединяемые к сетке и катоду, генератор работать не будет.

Лампове генераторы устанавливаются на мощных передающих радиостанциях и входят в состав других радиотехнических устройств.

? Докажите, что ламповый генератор представляет собой автоколебательную систему.

§ 2.13. ГЕНЕРАТОР НА ТРАНЗИСТОРЕ

Ламповые генераторы в настоящее время почти полностью вытеснены полупроводниковыми генераторами на транзисторах. Исключение составляют только очень мощные генераторы.
Генераторы на транзисторах компактнее, надёжнее и экономичнее ламповых генераторов.

Схема генератора на транзисторе в принципе ничем не отличается от схемы лампового генератора (см. рис. 2.29). Это такая же автоколебательная система, но только роль клапана, управляющего током в анодной цепи, вместо триода играет транзистор.

Транзистор, напомним, состоит из трёх полупроводниковых слоёв: эмиттера, базы и коллектора. Эмиттер и коллектор имеют одинаковые основные носители заряда, например электроны (это полупроводники n-типа), а база имеет основные носители противоположного знака — дырки (полупроводник p-типа). База играет роль управляющего электрода триода — сетки, коллектор роль анода, а эмиттер роль катода, поставляющего заряженные частицы в анодную цепь генератора.

Упрощённая схема генератора на транзисторе показана на рисунке 2.30. Колебательный контур соединён последовательно с источником тока и транзистором таким образом, что на коллектор подан положительный потенциал, а на эмиттер — отрицательный.

Чтобы в генераторе возникли незатухающие колебания, нужно сообщать базе положительный потенциал относительно эмиттера в те моменты времени, когда нижняя (по рисунку) пластина конденсатора заряжена положительно, а верхняя отрицательно (коллекторный переход открыт). При этом идёт ток в цепи контура, подзаряжая конденсатор.

Напротив, в интервалы времени, когда нижняя пластина конденсатора заряжена отрицательно, а верхняя — положительно, ток в цепи контура должен отсутствовать. Для этого база должна иметь отрицательный потенциал, а эмиттер положительный (коллекторный переход закрыт).

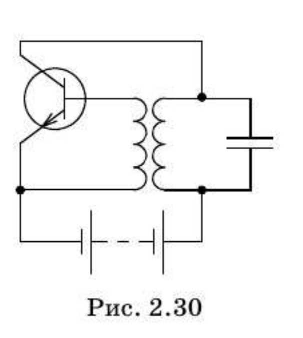


Рис. 2.30

Колебания в контуре управляют колебаниями напряжения на n—p-переходе эмиттер — база (эмиттерном пере-

ходе) посредством индуктивной обратной связи, как и в ламповом генераторе. Если фаза колебаний напряжения на эмиттерном переходе подобрана правильно, то «толчки» тока в цепи контура действуют на контур в нужные моменты времени и колебания в контуре не затухают. Для этого концы обмотки катушки $L_с$ должны быть присоединены к базе и эмиттеру так, чтобы при положительном потенциале нижней пластины конденсатора потенциал базы также был положительным.

Амплитуда автоколебаний в контуре пропорциональна напряжению, создаваемому источником, а частота определяется формулой Томсона, как и в случае лампового генератора.

Генераторы на транзисторах применяются во множестве радиотехнических устройств: в радиоприёмниках, передатчиках небольшой мощности и т. д. Во всех современных электронных вычислительных машинах имеются миниатюрные генераторы на транзисторах.

Основные элементы автоколебательной системы

На примерах лампового генератора и генератора на транзисторе можно выделить основные элементы, характерные для многих автоколебательных систем (рис. 2.31):

1) источник энергии, за счёт которого поддерживаются незатухающие колебания (в обоих генераторах это источник постоянного напряжения);

2) устройство, регулирующее поступление энергии от источника — «клапан» (в ламповом генераторе роль «клапана» играет триод, а в генераторе на транзисторе — транзистор);

3) колебательная система, т. е. та часть автоколебательной системы, в которой непосредственно происходят колебания (в обоих генераторах это колебательный контур);

4) обратная связь, с помощью которой колебательная система управляет «клапаном» (в обоих генераторах это индуктивная связь катушки контура с катушкой в цепи сетки или в цепи эмиттерного перехода).



Рис. 2.31

* * *

На этом мы заканчиваем изучение механических и электрических колебаний. Замечательна тождественность общего характера процессов различной природы, тождественность математических уравнений, которые их описывают. Эта тождественность, как мы видели, сильно облегчает изучение колебаний.

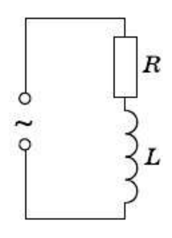


Рис. 2.32

? 1. Нарисуйте векторную диаграмму для цепи переменного тока, показанной на рисунке 2.32.

2. Может ли амплитуда силы тока при резонансе в колебательном контуре с активным сопротивлением R превысить силу постоянного тока в цепи с таким же сопротивлением R и постоянным напряжением, равным амплитуде переменного напряжения?

§ 2.14. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на электрические колебания рекомендуется учесть следующее. В задачах на свободные колебания в контуре, кроме формулы для периода свободных электрических колебаний (2.3.2), можно применять закон сохранения энергии.

При решении задач на расчёт цепей переменного тока следует иметь в виду, что амперметры и вольтметры в этих цепях показывают действующие значения силы тока (2.5.4) и действующие значения напряжения (2.5.5). В отличие от цепей постоянного тока, обладающих только активным сопротивлением, цепи переменного тока могут иметь ещё ёмкостное сопротивление (2.7.4) и индуктивное сопротивление (2.8.5). Полное сопротивление цепи с последовательно соединёнными резистором, конденсатором и катушкой индуктивности определяется по формуле (2.9.4). Закон Ома для цепи переменного тока имеет вид (2.9.5).

При последовательном соединении потребителей в цепях переменного тока действующие или амплитудные значения напряжений складываются методом векторной диаграммы. При параллельном соединении потребителей в цепях переменного тока векторно складываются амплитуды сил токов или их действующие значения. В этом случае тоже следует строить векторные диаграммы. При построении векторных диаграмм надо хорошо знать фазовые соотношения между колебаниями силы тока и напряжения в цепях переменного тока.

Мощность переменного тока на участке цепи вычисляется по формуле (2.10.4). Явление резонанса в электрической цепи имеет место при условии (2.11.1).

Задача 1

Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью $L = 6 \cdot 10^{-3}$ Гн и конденсатора ёмкостью $C = 15$ мкФ. Максимальная разность потенциалов на конденсаторе $U_m = 200$ В. Чему равна сила тока i в контуре, когда разность потенциалов на конденсаторе уменьшилась в $n = 2$ раза? Потерями энергии в контуре пренебречь.

Решение. Когда напряжение на обкладках конденсатора максимально, вся энергия контура сосредоточена в электрическом поле конденсатора (см. § 2.2). Она равна $\frac{CU_m^2}{2}$. При уменьшении напряжения на обкладках конденсатора до значения $\frac{U_m}{n}$ энергия контура распределяется между конденсатором и катушкой. Энергия электрического поля конденсатора становится равной $\frac{C}{2}\left(\frac{U_m}{n}\right)^2$, а энергия магнитного поля катушки будет равна $\frac{Li^2}{2}$.

Согласно закону сохранения энергии имеем:

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{CU_m^2}{2n^2} + \frac{Li^2}{2}.$$

Отсюда

$$i = \frac{U_m}{n}\sqrt{\frac{C(n^2 - 1)}{L}} = 8{,}7 \text{ А}.$$

Задача 2

Напряжение на концах участка цепи, по которому течёт переменный ток, изменяется с течением времени по закону $u = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$. В момент времени $t = \frac{T}{12}$ мгновенное значение напряжения $u = 10$ В. Определите амплитуду напряжения U_m и циклическую частоту ω, если период колебаний

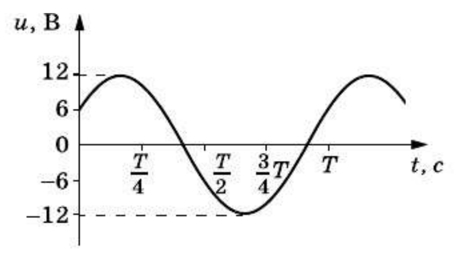


Рис. 2.33

силы тока $T = 0{,}01$ с. Начертите график зависимости изменения напряжения от времени.

Решение. Сначала найдём значение циклической частоты:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 628\ \text{с}^{-1}.$$

Далее записываем выражение для мгновенного значения напряжения в момент времени $t = \frac{T}{12}$:

$$u = U_m \sin\left(\omega T + \frac{\pi}{6}\right) = U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{12} + \frac{\pi}{6}\right) = U_m \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} U_m.$$

Отсюда амплитуда напряжения

$$U_m = \frac{2u}{\sqrt{3}} \approx 12\ \text{В}.$$

График изменения напряжения в зависимости от времени представлен на рисунке 2.33.

Задача 3

В цепь переменного тока стандартной частоты ($\nu = 50$ Гц) последовательно включены резистор с сопротивлением $R = 21$ Ом, катушка с индуктивностью $L = 0{,}07$ Гн и конденсатор ёмкостью $C = 82$ мкФ (см. рис. 2.20). Определите индуктивное, ёмкостное и полное сопротивления цепи, а также сдвиг фаз между силой тока и напряжением.

Решение. Индуктивное сопротивление находим по формуле (2.8.5):

$$X_L = \omega L = 2\pi\nu L = 22\ \text{Ом}.$$

Ёмкостное сопротивление вычисляется по формуле (2.7.4):

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} \approx 39\ \text{Ом}.$$

Полное сопротивление согласно формуле (2.9.4) равно:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = 27 \text{ Ом},$$

$$\cos \varphi_c = \frac{R}{Z} = 0{,}7777...; \ \varphi_c \approx 39°.$$

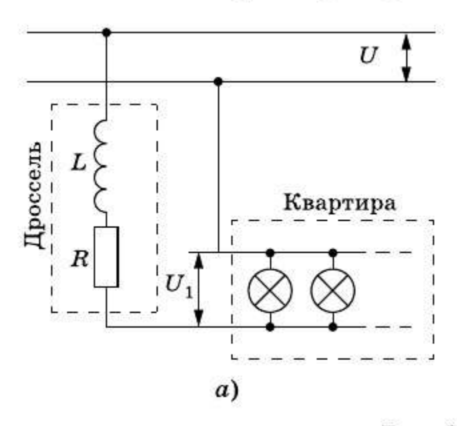
Задача 4

К магистрали переменного тока с напряжением $U = 120$ В (U — действующее значение напряжения) через катушку (дроссель) с индуктивностью $L = 0{,}05$ Гн и активным сопротивлением $R = 1$ Ом подключена осветительная сеть квартиры (рис. 2.34, *а*). Каково напряжение U_1 на входе в квартиру, если сила потребляемого тока $I = 2$ А? Частота тока стандартная ($\nu = 50$ Гц). Индуктивностью и ёмкостью электрической цепи квартиры пренебречь.

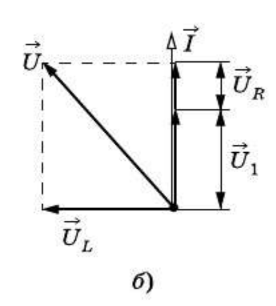
Решение. Дроссель и осветительная сеть квартиры подключены к магистрали последовательно, поэтому сила тока одинакова на всех участках цепи. Напряжение U_1 и напряжение U_R на активном сопротивлении дросселя совпадают по фазе с силой тока I. Напряжение U_L на индуктивном сопротивлении дросселя опережает силу тока по фазе на $\pi/2$. Следовательно, векторная диаграмма для действующих значений напряжений и силы тока имеет вид, изображённый на рисунке 2.34, *б*.

По теореме Пифагора

$$U^2 = U_L^2 + (U_R + U_1)^2 = I^2\omega^2L^2 + (IR + U_1)^2.$$



а)



б)

Рис. 2.34

Отсюда

$$U_1 = -IR \pm \sqrt{U^2 - I^2L^2\omega^2},$$

где $\omega = 2\pi\nu$. Так как действующее значение напряжения всегда положительно, то

$$U_1 = -IR + \sqrt{U^2 - 4\pi^2\nu^2 I^2 L^2} \approx 114 \text{ В}.$$

Задача 5

В цепи (рис. 2.35) параметры R, L и C известны. Напряжение между точками A и B равно U. Постройте векторную диаграмму сил токов в данной цепи и определите силу тока в неразветвлённом участке цепи. Найдите сдвиг фаз между колебаниями силы тока и напряжения. При каком условии сила тока в неразветвлённом участке цепи окажется минимальной? Чему равен сдвиг фаз между силой тока и напряжением в этом случае?

Решение. В этой задаче рассматривается электрическая цепь, состоящая из двух ветвей, соединённых параллельно. Одна ветвь содержит резистор и катушку индуктивности, другая — конденсатор.

Построение векторной диаграммы начнём с вектора действующего значения напряжения $\vec{U}$, поскольку напряжение одинаково для обеих ветвей цепи. Направим вектор $\vec{U}$ горизонтально вправо (рис. 2.36). Сила тока i является суммой сил токов i_1 и i_2 (см. рис. 2.35). Колебания силы тока i_1 отстают по фазе от колебаний напряжения на угол φ_1 $\left(\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\omega L}{R}\right)$, так как верхний участок цепи содержит катушку индуктивности.

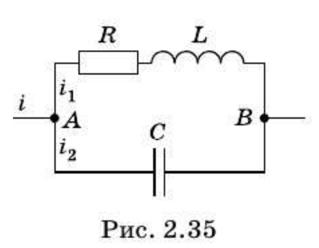


Рис. 2.35

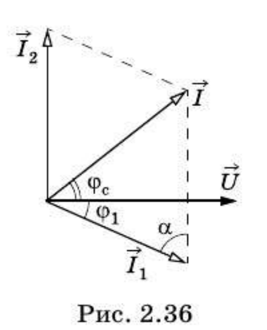


Рис. 2.36

Поэтому вектор $\vec{I}_1$ повёрнут относительно вектора $\vec{U}$ на угол φ_1 в отрицательную сторону (по часовой стрелке). Сила тока i_2, текущего через конденсатор, опережает по фазе напряжение на $\pi/2$. Соответствующий вектор $\vec{I}_2$ повёрнут относитель-

но вектора $\vec{U}$ на угол $\pi/2$ в положительную сторону (против часовой стрелки). Его модуль $I_2 = \omega CU$. Действующее значение силы тока в неразветвлённой части цепи находится с помощью векторной диаграммы (см. рис. 2.36):

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2.$$

Пользуясь теоремой косинусов, из векторной диаграммы определяем

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2\cos\alpha.$$

Так как $\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$, то $\cos\alpha = \sin\varphi_1$ и

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2\sin\varphi_1}.$$

Учитывая, что $I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$ и $\sin\varphi_1 = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$, окончательно получим:

$$I = U\sqrt{\frac{R^2\omega^2L^2 + (LC\omega^2 - 1)^2}{R^2 + \omega^2L^2}}. \qquad (2.14.1)$$

Как видно из векторной диаграммы (см. рис. 2.36), вектор силы тока $\vec{I}$ образует с вектором напряжения $\vec{U}$ угол φ_c. Из рисунка находим

$$\cos\varphi_c = \frac{I_1\cos\varphi_1}{I}.$$

Учитывая, что $\cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2L^2}}$, получим

$$\cos\varphi_c = \frac{R}{\sqrt{(R^2 + \omega^2L^2)[R^2\omega^2L^2 + (LC\omega^2 - 1)^2]}}. \qquad (2.14.2)$$

Из выражения (2.14.1) вытекает, что сила тока в неразветвлённом участке цепи минимальна, если $LC\omega^2 - 1 = 0$, т. е. если $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Но $\frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$ — это циклическая частота собственных колебаний контура, входящего в состав данной цепи. В этом случае говорят, что в цепи наступил *резонанс токов*.

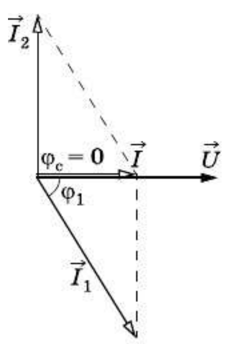


Рис. 2.37

При резонансе токов, как следует из формулы (2.14.2),

$$\cos\varphi_c = \frac{1}{\omega C\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}.$$

При малом активном сопротивлении ($R \to 0$)

$$\cos\varphi_c = \frac{1}{\omega^2 CL} = 1.$$

Это значит, что при резонансе токов при малом активном сопротивлении сдвиг фаз между силой тока и напряжением равен нулю (рис. 2.37). Важно обратить внимание на то, что при резонансе сила тока I в неразветвлённой части цепи меньше силы тока I_1 в ветви, содержащей последовательно соединённые резистор с сопротивлением R и катушку с индуктивностью L, а также меньше силы тока I_2 в ветви с конденсатором ёмкостью C.

Задача 6

В колебательный контур (см. рис. 2.20) включён источник переменной ЭДС $e = \mathscr{E}_m\cos\omega t$, причём амплитуда $\mathscr{E}_m = 2$ В. Определите амплитуду напряжения на конденсаторе при резонансе. Резонансная частота контура $\nu_0 = 10^5$ Гц, индуктивность катушки $L = 1$ мГн и её активное сопротивление $R = 3$ Ом.

Решение. При резонансе амплитуда напряжения на конденсаторе, равная амплитуде напряжения на катушке U_{mL} ($U_{mC} = U_{mL}$), больше амплитуды напряжения на зажимах цепи U_m в отношении $\frac{X_L}{R}$. Если пренебречь внутренним сопротивлением источника переменной ЭДС, то $U_m = \mathscr{E}_m$. Тогда

$$\frac{U_{mC}}{\mathscr{E}_m} = \frac{2\pi\nu_0 L}{R}.$$

Отсюда

$$U_{mC} = \frac{2\pi\nu_0 L\mathscr{E}_m}{R} = 420 \text{ В}.$$

УПРАЖНЕНИЕ 2

1. После зарядки конденсатора ёмкостью C от источника постоянного напряжения U переключатель замыкают на катушку с индуктивностью L_1 (см. рис. 2.5, *в*). В контуре возникают гармонические колебания с амплитудой силы тока I_{m1}. Опыт повторяют по прежней схеме, заменив катушку на другую с индуктивностью $L_2 = 2L_1$. Найдите амплитуду силы тока I_{m2} во втором случае.

2. Колебательный контур состоит из дросселя с индуктивностью $L = 0{,}2$ Гн и конденсатора ёмкостью $C = 10^{-5}$ Ф. Конденсатор зарядили до напряжения $U = 20$ В. Чему равна сила тока при разрядке конденсатора в момент, когда энергия контура оказывается распределённой поровну между электрическим и магнитным полями?

3. Определите частоту собственных колебаний в контуре, состоящем из соленоида длиной $l = 15$ см, площадью поперечного сечения $S_1 = 1$ см^2 и плоского конденсатора с площадью пластин $S_2 = 6$ см^2 и расстоянием между ними $d = 0{,}1$ см. Число витков соленоида $N = 1000$.

4. Электрический контур состоит из конденсатора постоянной ёмкости и катушки, в которую может вдвигаться сердечник. Один сердечник спрессован из порошка магнитного соединения железа (феррита) и является изолятором. Другой сердечник изготовлен из меди. Как изменится частота собственных колебаний контура, если в катушку вдвинуть: а) медный сердечник; б) сердечник из феррита?

5. Для чего в телефонной трубке нужен постоянный магнит (рис. 2.38)? Почему магнитная индукция этого магнита должна быть больше максимальной индукции, создаваемой током, проходящим по обмотке катушки телефона?



Рис. 2.38

6. На вертикально отклоняющие пластины осциллографа подано напряжение $u_1 = U_{m1}\cos \omega t$, а на горизонтально отклоняющие — напряжение $u_2 = U_{m2}\cos (\omega t - \varphi)$. Какую траекторию опишет электронный луч на экране осциллографа, если разность фаз между напряжениями на пластинах равна: а) $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$; б) $\varphi_2 = \pi$?

7. Кипятильник работает от сети переменного тока с напряжением $U = 120$ В*. При температуре $t_1 = 20$ °С спираль имеет сопротивление $R_1 = 25$ Ом. Температурный коэффициент сопротивления материала спирали $\alpha = 2 \cdot 10^{-2}$ К$^{-1}$. Определите массу воды, после закипания превратившейся в пар за время $\tau = 1$ мин. Удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг.

8. При включении катушки в сеть переменного тока с напряжением 120 В и частотой 50 Гц сила тока в ней равна 4 А. При включении той же катушки в сеть постоянного тока с напряжением 50 В сила тока в катушке оказывается равной 5 А. Определите индуктивность катушки.

9. Определите сдвиг фаз между силой тока и напряжением в электрической цепи, если генератор отдаёт в цепь мощность $P = 8$ кВт, амплитуда силы тока в цепи $I_m = 100$ А и амплитуда напряжения на зажимах генератора $U_m = 200$ В.

10. В сеть стандартной частоты с напряжением 100 В последовательно включены резистор с сопротивлением 150 Ом и конденсатор ёмкостью 16 мкФ. Найдите полное сопротивление цепи, силу тока в ней, напряжения на зажимах резистора и конденсатора и сдвиг фаз между силой тока и напряжением.

11. Каковы показания приборов в цепях, представленных схемами на рисунке 2.39, *а*, *б*? Напряжение сети $U = 250$ В, $R = 120$ Ом, $C = 20$ мкФ. Постройте для обеих схем векторные диаграммы.

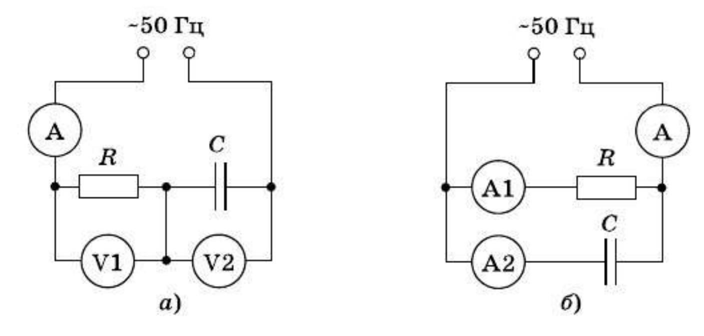


Рис. 2.39

* В этой и последующих задачах даются действующие значения напряжения и силы тока.

12. В сеть переменного тока стандартной частоты с напряжением 210 В включены последовательно резистор с сопротивлением 40 Ом и катушка с индуктивностью 0,2 Гн. Определите силу тока в цепи и сдвиг фаз между силой тока и напряжением. Конденсатор какой ёмкости надо включить последовательно в цепь, чтобы сдвиг фаз оказался равным нулю? Какой будет сила тока в цепи в этом случае?

13. Каковы показания приборов в цепях, схемы которых изображены на рисунке 2.40, *а*, *б*? Напряжение сети $U = 119$ В, активное сопротивление $R = 8$ Ом, индуктивность $L = 0{,}048$ Гн. Постройте для схемы, изображённой на рисунке 2.40, *б*, векторную диаграмму.

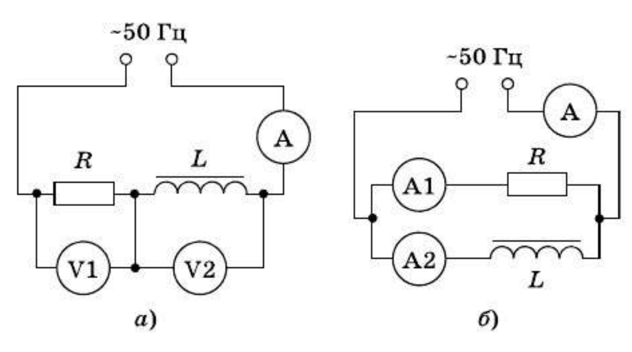


Рис. 2.40

14. Найдите показания приборов в цепи, схема которой представлена на рисунке 2.41. Напряжение на зажимах цепи $U = 216$ В, $R = 21$ Ом, $L = 70$ мГн, $C = 82$ мкФ. Частота переменного тока стандартная. Постройте векторную диаграмму сил токов.

15. Электродвигатель мощностью $P = 10$ кВт присоединён к сети с напряжением $U = 240$ В, $\cos \varphi_1 = 0{,}6$, частота переменного тока $\nu = 50$ Гц. Вычислите ёмкость конденсатора, который нужно подключить параллельно двигателю для того, чтобы коэффициент мощности установки повысить до значения $\cos \varphi_2 = 0{,}9$.

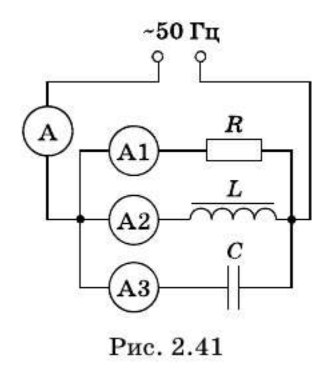


Рис. 2.41

16. В цепи, схема которой изображена на рисунке 2.42, R = 56 Ом, C = 106 мкФ и L = 159 мГн. Активное сопротивление катушки мало. Частота тока в сети ν = = 50 Гц. Определите напряжение в сети U, если амперметр показывает 2,4 А. Постройте векторную диаграмму.

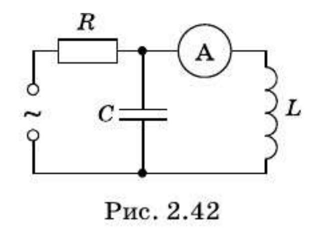


Рис. 2.42

17. В катушке индуктивности сила тока линейно увеличивается со скоростью $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ = 10 А/с. Найдите ЭДС индукции, возникающую при этом в катушке, если резонансная частота колебательного контура с этой катушкой и конденсатором ёмкостью C = 100 пФ равна ν = 100 кГц.

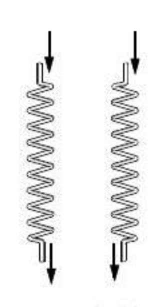


Рис. 2.43

18. Резонанс в колебательном контуре с конденсатором ёмкостью C_1 = 1 мкФ наступает при частоте ν_1 = 400 Гц. Когда параллельно конденсатору *C1* подключают другой конденсатор ёмкостью C_2, то резонансная частота становится равной ν_2 = 100 Гц. Определите ёмкость C_2. Активным сопротивлением контура пренебречь.

19. На рисунке 2.43 изображены два соленоида, каждый из которых может быть использован в ламповом генераторе в качестве катушки обратной связи. В один и тот же момент в обеих катушках ток течёт сверху вниз. Однако при включении одной катушки генератор работает, а при включении другой — нет. Почему?

20. Конец пружины опущен в ванночку со ртутью (рис. 2.44). Что произойдёт, если замкнуть ключ и пропустить через пружину достаточно сильный ток?

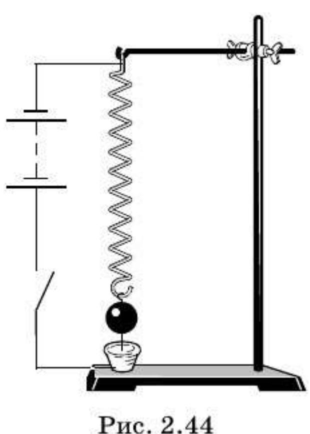


Рис. 2.44

1. Подготовьте презентацию «Открытие электрических колебаний: опыты, учёные».
2. Напишите эссе «Токи промышленной частоты и человек».
3. Проведите исследование «Влияние индуктивности на силу переменного тока».
4. Проведите исследование «Влияние катушки индуктивности на параметры цепи постоянного тока».
5. Найдите достоверную информацию об авариях/техногенных катастрофах, причиной которых являлось появление резонанса в электрической цепи (результат представьте в виде презентации).
6. Подготовьте доклад «Векторы в физике (на примере рассмотрения векторов из различных разделов механики и теории переменного тока) и математике».
7. Напишите эссе «Обратная связь в физике, биологии, химии и социологии».
8. Подготовьте фотоколлекцию «Миниатюрные генераторы на транзисторах».

Глава 3

ПРОИЗВОДСТВО, ПЕРЕДАЧА, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Важнейшей энергией, используемой в производстве и на транспорте, является механическая энергия (работа станков, движение поездов, кораблей, автомашин и т. п.). Внутренняя энергия используется непосредственно в химико-технологических процессах, при выплавке металлов; электрическая — при электролизе, электросварке, в электронно-вычислительных машинах, всевозможных способах связи и т. д.

Однако механическую энергию очень трудно передавать от источника (например, падающей воды) к потребителю. Внутреннюю энергию нелегко преобразовывать в другие виды энергии, большие затраты необходимы для транспортировки топлива.

Неоспоримыми преимуществами обладает электрическая энергия. Во-первых, её можно по проводам передавать на огромные расстояния с относительно малыми потерями (транспортабельность). Во-вторых, электрическую энергию удобно распределять между потребителями самой разнообразной мощности (дробимость). В-третьих, с помощью достаточно простых устройств её легко превратить в другие формы энергии: механическую, внутреннюю (нагревание тел), химическую, энергию света и т. д. (превращаемость).

Существенным достоинством электрической энергии является то, что это единственный вид энергии, который используется в радиотехнике, телевидении, связи, электронно-вычислительной технике, автоматике.

§ 3.1. ГЕНЕРИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Преимущества переменного тока

Электрическая энергия в настоящее время производится и используется преимущественно в виде энергии переменного тока. Это объясняется в первую очередь возможностью трансформировать переменный ток, т. е. преобразовывать в широких пределах напряжение и силу тока почти без потерь энергии. Такие преобразования необходимы во многих электро- и радиотехнических устройствах. Но особенно важна трансформация напряжения и силы тока при передаче электроэнергии на большие расстояния.

Постоянный ток, необходимый в промышленности (электрохимия), транспорте (электротяга), связи, в настоящее время получается путём выпрямления переменного тока.

Генерирование электрической энергии

Устройства, преобразующие энергию того или иного вида в электрическую, называются генераторами. К генераторам относятся гальванические элементы, электростатические машины, термобатареи*, солнечные батареи, магнитогидродинамические генераторы и т. п. Исследуются возможности создания принципиально новых типов генераторов. Например, разработаны так называемые топливные элементы, в которых энергия, освобождающаяся в результате реакции водорода с кислородом, непосредственно превращается в электрическую.

Область применения каждого из перечисленных видов генераторов электроэнергии определяется их характеристиками. Так, электростатические машины создают высокую разность потенциалов, но не способны создать в цепи сколько-нибудь значительную силу тока. Гальванические элементы могут дать большой ток, но в течение не очень длительного промежутка времени.

Преобладающую роль в наше время играют **электромеханические индукционные генераторы переменного тока.** В этих генераторах происходит превращение механической энергии в электрическую. *Их действие основано на явлении электромагнитной индукции.* Первоначально М. Фарадей обнаружил лишь едва заметный ток в катушке при движе-

---

* Термобатарея — несколько последовательно соединённых между собой термопар.

нии вблизи неё магнита. «Какая от этого польза?» — спросили его. Фарадей ответил: «Какая может быть польза от новорождённого?» Прошло немногим более половины столетия и, как сказал американский физик Р. Фейнман, «бесполезный новорождённый превратился в чудо-богатыря и изменил облик Земли так, как его гордый отец не мог себе и представить».

Электромеханические индукционные генераторы переменного тока имеют сравнительно простое устройство, надёжны в работе и могут обладать большой мощностью. В дальнейшем, говоря о генераторах, мы будем иметь в виду именно индукционные электромеханические генераторы.

§ 3.2. ГЕНЕРАТОР ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Простейший генератор переменного тока

Простейшей схемой генератора может служить проводник в виде рамки, вращающейся вокруг оси в магнитном поле между полюсами постоянного магнита или электромагнита (см. рис. 2.3). При вращении рамки с постоянной угловой скоростью в ней возникает ЭДС, изменяющаяся по гармоническому закону — синусоидальная ЭДС.

Если рамку соединить с внешней частью цепи, то в цепи появится переменный ток. Для соединения рамки с внешней частью цепи используются кольца, укреплённые на той же оси, на которой укреплена вращающаяся рамка. Кольца изолированы от оси и друг от друга. К кольцам припаиваются концы рамки, а над каждым кольцом устанавливаются неподвижные пружинящие скользящие контакты — щётки.

Однако простейший генератор, изображённый на рисунке 2.3, даст ничтожно малую ЭДС. Дело в том, что ЭДС индукции определяется скоростью изменения магнитного потока, пронизывающего рамку. Но поток, пронизывающий рамку, очень мал, так как мала магнитная индукция поля, создаваемого постоянным магнитом.

Чтобы значительно увеличить ЭДС, полюсам магнита придают специальную форму, способствующую концентрации линий магнитной индукции, а внутрь рамки помещают ферромагнитный (стальной) цилиндр. При этом магнитная индукция $\vec{B}$ (а следовательно, и магнитный поток) возрастает и становится равной $\vec{B} = \mu \vec{B}_0$, где μ — магнитная проницаемость стали, а $\vec{B}_0$ — индукция магнитного поля в вакууме

(в воздухе). Увеличение магнитного потока, пронизывающего рамку, приводит к увеличению скорости изменения магнитного потока, а значит, и к возрастанию индуцируемой ЭДС.

Электромагнит (или магнит), создающий магнитное поле, называется *индуктором*, рамка (виток), в которой наводится ЭДС, — *якорем*. В простейшем генераторе, рассмотренном нами, индуктор неподвижен, поэтому называется *статором*, а якорь вращается, поэтому называется *ротором*.

Промышленный генератор переменного тока

Устройство промышленного генератора переменного тока значительно сложнее рассмотренной выше модели. Во-первых, с клемм генератора нужно снимать достаточно высокое напряжение. Поэтому вместо одного витка необходимо использовать множество витков, соединённых между собой. Во-вторых, при помощи подвижных контактов (щёток и колец) практически невозможно отводить от генератора ток высокого напряжения и сколько-нибудь значительной мощности из-за сильного искрения в подвижных контактах.



По этой причине во всех промышленных генераторах переменного тока обмотку якоря, в которой наводится ЭДС, делают неподвижной. Её укладывают в пазах внутренней полости статора (рис. 3.1, *а*). Статор генератора собирается из листовой стали для устранения токов Фуко. Индуктор (электромагнит) в таком генераторе вращается, являясь ротором. Один из типов ротора генератора показан на рисунке 3.1, *б*.

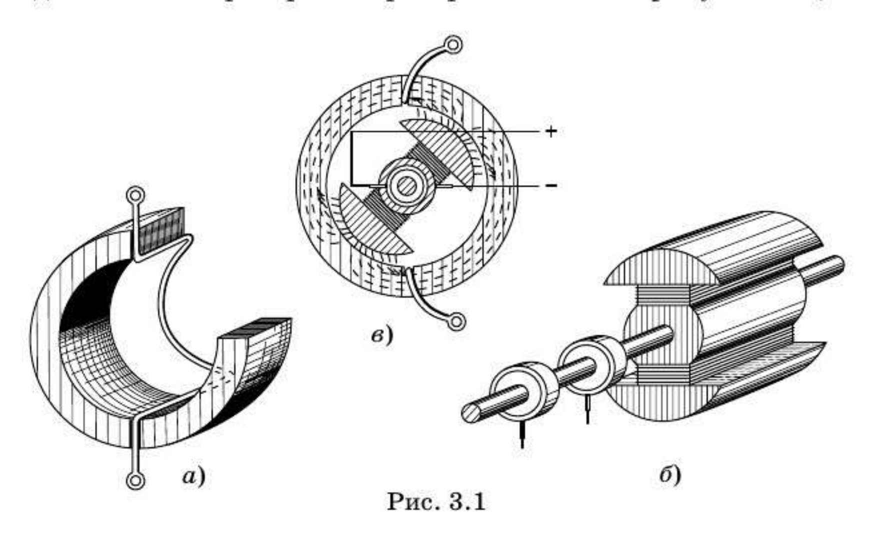


Рис. 3.1

На магнитные полюсы ротора надета обмотка (обмотка возбуждения), по которой пропускается постоянный ток. Этот ток подводится к обмотке возбуждения через щётки и кольца от специального генератора постоянного тока — *возбудителя*. Якорь возбудителя расположен на одном валу с ротором генератора переменного тока. Однако в последнее время чаще всего постоянный ток в обмотку возбуждения (ротора) подаётся из статорной обмотки этого же генератора через выпрямитель. Возбудитель тогда не нужен. Сердечник ротора тоже набирается из листовой стали для борьбы с вихревыми токами.

На рисунке 3.1, *в* показана полная схема генератора переменного тока. При равномерном вращении ротора с помощью какого-нибудь двигателя вместе с ним вращается и создаваемое им магнитное поле. Линии индукции этого поля будут пересекать проводники, вложенные в пазы статора, и индуцировать в них ЭДС, изменяющуюся по гармоническому закону:

$$e = \mathscr{E}_m \sin \omega t. \qquad (3.2.1)$$

Многополюсные генераторы переменного тока

Если ротор генератора имеет одну пару полюсов (см. рис. 3.1, *в*), то частота ЭДС, индуцируемой в генераторе, оказывается равной частоте вращения ротора, так как один оборот ротора соответствует одному периоду индуцируемой ЭДС. Для получения ЭДС с частотой ν = 50 Гц двигатель, приводящий в движение ротор генератора с одной парой полюсов, должен вращаться с частотой 50 $с^{-1}$. Некоторые двигатели (например, водяные турбины) не могут развивать такие скорости вращения. Поэтому, кроме генераторов с одной парой полюсов, изготавливаются *многополюсные* генераторы, у которых ротор имеет несколько пар полюсов. В этом случае частота наведённой в генераторе ЭДС равна

$$\nu = pn, \qquad (3.2.2)$$

где p — число пар полюсов ротора генератора, а n — частота его вращения.

Роторы генераторов, установленных на тепловых электростанциях, имеют одну пару полюсов. Такие генераторы (*турбогенераторы*) называются *быстроходными*. Для получения стандартной частоты в 50 Гц такой ротор должен совершать 3000 оборотов в минуту. Эти роторы имеют цилиндрическую форму. Обмотка возбуждения уложена в пазы вдоль образующих цилиндра и хорошо закреплена.

§ 3.3. ТРАНСФОРМАТОР

ЭДС мощных генераторов электростанций обычно довольно велика (16—20 кВ). *Между тем большинство потребителей электроэнергии рассчитано на низкое напряжение* (127—380 В). *При передаче электроэнергии на большие расстояния, наоборот, требуется высокое напряжение в несколько десятков, сотен или тысяч киловольт.*

Повышение и понижение напряжения довольно просто осуществить для переменного тока при помощи особых устройств — трансформаторов.

Трансформатором называется устройство, предназначенное для преобразования переменного тока одного напряжения в переменный ток другого напряжения той же частоты.

Впервые трансформаторы были использованы в 1878 г. русским учёным и изобретателем П. Н. Яблочковым (1847—1894) для питания изобретённых им «электрических свечей» — нового в то время источника света. Идея П. Н. Яблочкова была развита сотрудником Московского университета И. Ф. Усагиным (1855—1919), сконструировавшим более совершенные трансформаторы.

Устройство трансформатора

Трансформатор состоит из замкнутого стального сердечника-магнитопровода, на котором располагаются две или несколько обмоток, не имеющих между собой электрического контакта (рис. 3.2).

Обмотка *1*, к которой подводится электрическая энергия, называется *первичной*; обмотка *2*, к которой присоединяются потребители электроэнергии *3* («нагрузка»), — *вторичной*.

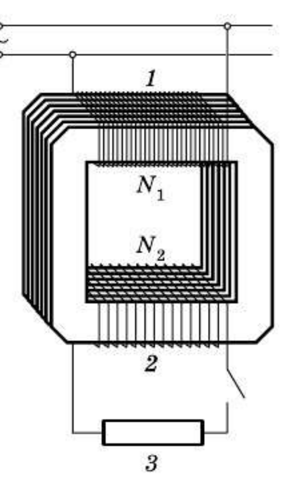
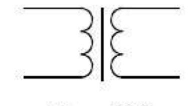


Рис. 3.2

Для уменьшения потерь от вихревых токов магнитопровод собирается из листов электротехнической стали толщиной 0,35 или 0,5 мм. Листы изолируются друг от друга тонкой бумагой или лаком. Графическое обозначение трансформатора в электрических схемах показано на рисунке 3.3.


Рис. 3.3



Холостой ход трансформатора

Действие трансформатора основано на явлении электромагнитной индукции. Рассмотрим вначале процессы в трансформаторе с незамкнутой вторичной обмоткой (режим холостого хода). Пусть к первичной обмотке трансформатора приложено гармонически изменяющееся напряжение:

$$u_1 = U_{m1} \cos \omega t. \qquad (3.3.1)$$

Под действием этого напряжения в первичной обмотке возникает переменный ток i_1. У реальных трансформаторов активное сопротивление первичной обмотки невелико по сравнению с её индуктивным сопротивлением. Поэтому можно считать, что колебания силы тока i_1 отстают по фазе от колебаний напряжения u_1 на четверть периода, т. е. на $\pi/2$ (см. § 2.8):

$$i_1 = I_{m1} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_{m1} \sin \omega t. \qquad (3.3.2)$$

Переменный магнитный поток, возбуждаемый током в первичной обмотке, совпадает по фазе с током и пронизывает витки обеих обмоток трансформатора:

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t, \qquad (3.3.3)$$

где Φ_m — амплитуда магнитного потока. Сердечник из трансформаторной стали концентрирует магнитное поле, так что магнитный поток существует практически только внутри сердечника и одинаков во всех его сечениях.

Переменный магнитный поток наводит в первичной и вторичной обмотках ЭДС. Мгновенное значение ЭДС индукции e в любом витке первичной или вторичной обмотки одинаково и согласно закону электромагнитной индукции Фарадея равно

$$e = -\Phi', \qquad (3.3.4)$$

где Φ' — производная потока магнитной индукции по времени. Из выражения (3.3.3) следует, что

$$\Phi' = \Phi_m \omega \cos \omega t, \qquad (3.3.5)$$

поэтому $e = -\omega \Phi_m \cos \omega t$, или

$$e = -\mathcal{E}_m \cos \omega t. \qquad (3.3.6)$$

Здесь $\mathcal{E}_m = \omega \Phi_m$ — амплитуда ЭДС в одном витке.

В первичной обмотке, имеющей N_1 витков, полная ЭДС индукции $e_1 = N_1 e$, а во вторичной обмотке с числом витков N_2 полная ЭДС $e_2 = N_2 e$. Отсюда следует, что

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1}. \qquad (3.3.7)$$

Напряжение u_1 и ЭДС e_1, как вытекает из выражений (3.3.1) и (3.3.6), колеблются в противофазе:

$$u_1 \approx -e_1. \tag{3.3.8}$$

При разомкнутой вторичной обмотке трансформатора тока в ней нет, поэтому имеет место соотношение

$$u_2 = -e_2. \tag{3.3.9}$$

Мгновенные значения ЭДС e_1 и e_2 изменяются синфазно, т. е. в любой момент времени фазы их одинаковы. Поэтому отношение мгновенных ЭДС в формуле (3.3.7) можно заменить отношением амплитуд или действующих значений $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ этих ЭДС, а учитывая равенства (3.3.8) и (3.3.9), отношением действующих значений напряжений:

$$\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1} = K. \tag{3.3.10}$$

Величина K называется *коэффициентом трансформации*. При $K > 1$ трансформатор является *повышающим*, а при $K < 1$ — *понижающим*.

При разомкнутой вторичной обмотке трансформатора значение сдвига фаз между силой тока в первичной обмотке и подводимым к ней напряжением близко к $\pi/2$. Поэтому на холостом ходу трансформатор с малым активным сопротивлением первичной обмотки почти не потребляет энергии из сети.

Работа нагруженного трансформатора

Если к концам вторичной обмотки присоединить цепь, потребляющую электроэнергию, или, как говорят, нагрузить трансформатор, то под действием ЭДС $\mathcal{E}_2$ во вторичной обмотке появится ток i_2. Этот ток создаёт в сердечнике трансформатора свой переменный магнитный поток, который по правилу Ленца должен уменьшать изменения магнитного потока в сердечнике.

Однако несмотря на появление нового магнитного потока, порождённого током i_2 во вторичной обмотке, магнитный поток, пронизывающий сердечник трансформатора, сохраняет ту же амплитуду Φ_m, что и при холостом ходе. Это объясняется тем, что при любых нагрузках падение напряжения в первичной обмотке незначительно из-за того, что её активное сопротивление мало. Поэтому равенство (3.3.8) остаётся справедливым и для нагруженного трансформатора. Для действующих значений оно запишется так:

$$U_1 \approx \mathcal{E}_1. \tag{3.3.11}$$

Следовательно, при неизменном первичном напряжении U_1 остаются практически неизменными ЭДС $\mathscr{E}_1$ и связанная с ней амплитуда магнитного потока Φ_m. В самом деле,

$$\mathscr{E}_1 = \frac{\mathscr{E}_{m1}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega\Phi_m N_1}{\sqrt{2}}.$$

Это может быть лишь в том случае, если магнитный поток, порождаемый током первичной обмотки, увеличится по сравнению с потоком при холостом ходе настолько, что сможет компенсировать размагничивающее действие магнитного потока вторичной обмотки трансформатора. Значит, когда трансформатор нагружен, то появление тока во вторичной обмотке приводит к возрастанию силы тока в первичной обмотке. Иными словами, отдача энергии нагрузке через вторичную обмотку трансформатора сопровождается увеличением потребления энергии от сети первичной обмоткой.

Коэффициент полезного действия трансформатора

Мощность, потребляемая первичной обмоткой трансформатора из сети, равна

$$P_1 = I_1 U_1 \cos \varphi_1, \quad (3.3.12)$$

а мощность, отдаваемая трансформатором потребителям (мощность, потребляемая нагрузкой), равна

$$P_2 = I_2 U_2 \cos \varphi_2. \quad (3.3.13)$$

При работе трансформатора $P_1 > P_2$. Разность между потребляемой трансформатором мощностью P_1 и мощностью P_2, потребляемой нагрузкой, представляет собой мощность, *теряемую* в трансформаторе. Потери мощности в трансформаторе ($P_1 - P_2$) состоят из двух частей: во-первых, это потери в обмотках трансформатора $P_о$ и, во-вторых, это потери в сердечнике $P_с$.

Мощность потерь в обмотках

$$P_о = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2, \quad (3.3.14)$$

где R_1 и R_2 — активные сопротивления первичной и вторичной обмоток. Мощность $P_о$ зависит от активного сопротивления обмоток и нагрузки трансформатора.

Потери в сердечнике состоят из потерь энергии при перемагничивании сердечника (потери на гистерезис) и потерь на нагревание сердечника вихревыми токами. Эти потери при постоянной частоте переменного тока зависят от максимального значения магнитного потока. Так как при данном напряжении U_1 максимальное значение магнитного потока

трансформатора остаётся неизменным, то потери в сердечнике можно считать не зависящими от нагрузки.

В трансформаторе отсутствуют вращающиеся части, и, следовательно, нет потерь на трение. Поэтому общая мощность потерь относительно мала.

Отношение мощности P_2, потребляемой нагрузкой, к мощности P_1, потребляемой первичной обмоткой трансформатора, называется *коэффициентом полезного действия трансформатора*:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\% = \frac{I_2 U_2 \cos \varphi_2}{I_1 U_1 \cos \varphi_1} \cdot 100\%. \qquad (3.3.15)$$

Так как $P_1 = P_2 + P_о + P_с$, то коэффициент полезного действия трансформатора можно записать и так:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_о + P_с} \cdot 100\%. \qquad (3.3.16)$$

Из выражения (3.3.16) видно, что при недогрузке трансформатора P_2 и $P_о$ малы, а $P_с$, как было установлено, не зависит от нагрузки. Поэтому в этом случае КПД трансформатора низкий. При перегрузке $P_о$ значительно возрастает (так как возрастают силы токов I_1 и I_2), и КПД снова мал. Лишь при номинальной нагрузке (т. е. при нагрузке, на которую трансформатор рассчитан) или близкой к ней КПД наибольший. У трансформаторов большой мощности КПД достигает 98—99 %.

При нагрузках, близких к номинальной, потери мощности в трансформаторе малы, и приближённо можно считать, что

$$P_1 \approx P_2,$$

или

$$I_1 U_1 \cos \varphi_1 \approx I_2 U_2 \cos \varphi_2.$$

При таких нагрузках сдвиги фаз близки к нулю и приближённо равны между собой ($\cos \varphi_1 \approx \cos \varphi_2$). Поэтому

$$I_1 U_1 \approx I_2 U_2.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{U_2}{U_1} \approx \frac{1}{K}, \qquad (3.3.17)$$

т. е. силы токов в обмотках трансформатора приближённо обратно пропорциональны числу витков в обмотках.

Следует иметь в виду, что если соотношение $\frac{U_1}{U_2} \approx K$ оправдывается в широком диапазоне нагрузок, то соотношение

$\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{1}{K}$ удовлетворительно выполняется лишь при номинальных нагрузках.

? 1. Как определить число витков обмотки трансформатора, не разматывая катушки?
2. Что произойдёт, если случайно подключить трансформатор к источнику постоянного тока?
3. Если в обмотке трансформатора замкнётся один виток, трансформатор выходит из строя. Почему?

§ 3.4. ВЫПРЯМЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

В технике и в быту применяется главным образом переменный ток. Однако во многих случаях бывает необходим и ток постоянный. Постоянный ток используется при электролизе. Электродвигатели постоянного тока допускают плавное регулирование скорости вращения и развивают большой вращающий момент при пуске. Эти свойства делают их незаменимыми на транспорте (электровозы, трамваи, троллейбусы, электрокары). Постоянное напряжение необходимо для зарядки аккумуляторов и питания большинства радиотехнических устройств. Наконец, постоянным током питаются индукторы генераторов переменного тока.

Постоянный ток чаще всего получают из переменного с помощью специальных устройств — *выпрямителей*. Действие любого выпрямителя основано на возможности создания элементов цепи, пропускающих ток только в одном определённом направлении. Таким свойством обладают двухэлектродные электронные лампы, а также полупроводниковые диоды.

Рассмотрим некоторые схемы выпрямления переменного тока с применением полупроводниковых диодов. Это наиболее распространённые в настоящее время выпрямители.

Однополупериодное выпрямление

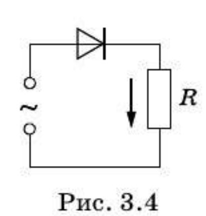


Рис. 3.4

При включении диода в цепь с переменным синусоидальным напряжением (рис. 3.4) ток в цепи проходит только в течение половины каждого периода. Такое выпрямление переменного тока называется *однополупериодным*. Зависимость силы тока от времени при таком выпрямлении имеет вид, показан-

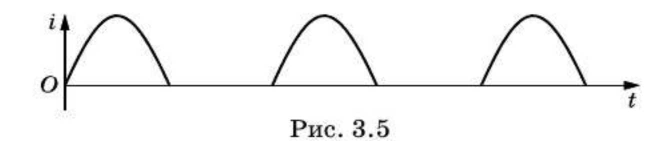


Рис. 3.5

ный на рисунке 3.5. Ток, протекающий через резистор R (см. рис. 3.4), является постоянным лишь по направлению. Сила тока не постоянна. В течение одного полупериода она возрастает от нуля до максимального значения, а затем убывает снова до нуля. В течение всего второго полупериода сила тока равна нулю, затем она снова возрастает и т. д. Такой ток называется пульсирующим.

Двухполупериодное выпрямление

Для использования обоих полупериодов переменного тока применяются схемы двухполупериодного выпрямления. Одной из распространённых схем полупроводниковых выпрямителей с двухполупериодным выпрямлением является мостовая схема, показанная на рисунке 3.6. В момент, когда потенциал клеммы A источника переменного напряжения положителен, а клеммы B — отрицателен, ток идёт через диоды *1* и *4* (рис. 3.7, *а*). Диоды *2* и *3* при этом заперты, а цепь в этих местах практически разомкнута. Через половину периода потенциал клеммы A становится отрицательным, а клеммы B — положительным. Теперь уже заперты диоды *1* и *4*, и ток пропускают диоды *2* и *3* (рис. 3.7, *б*). Через нагрузку ток в течение обоих полупериодов проходит в одном и том же направлении: от C к D. Однако и теперь сила тока непрерывно изменяется: после выпрямления ток также оказывается пульсирующим (рис. 3.8).

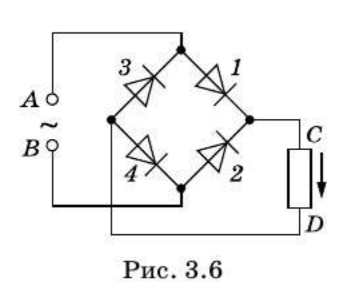


Рис. 3.6

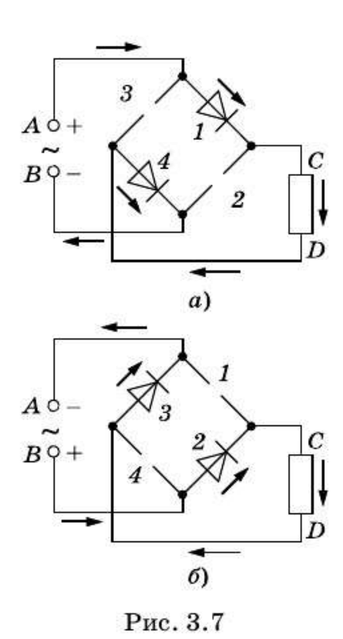


Рис. 3.7

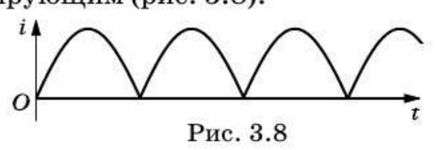


Рис. 3.8

Сглаживающие фильтры

Для питания радиотехнических цепей пульсирующий ток не годится. Здесь необходим ток постоянного направления с постоянной силой тока. Для получения выпрямленного тока, практически свободного от пульсаций, применяют *сглаживающие фильтры*.

Простейшим фильтром является конденсатор достаточно большой ёмкости, включённый параллельно нагрузке (рис. 3.9). Фильтр работает так. В ту часть полупериода, когда ток нарастает, часть его проходит через нагрузку, а другая часть ответвляется в конденсатор, заряжая его (сплошные стрелки на рисунке 3.9). Разветвление тока уменьшает силу тока в нагрузке. Зато в течение второй части полупериода, когда ток убывает, конденсатор частично разряжается через нагрузку, и через неё проходит ток того же направления (пунктирная стрелка на рисунке 3.9). Таким образом, в течение всего периода достигается непрерывное прохождение тока через нагрузку и уменьшение его пульсаций. Форма сглаженного тока показана на рисунке 3.10 сплошной (ломаной) линией.

Ещё более совершенным является фильтр, состоящий из катушки со стальным сердечником, набранным из листовой стали (дросселя), и двух конденсаторов. Дроссель, обладающий большой индуктивностью, включается последовательно с нагрузкой, а конденсаторы параллельно: один — перед дросселем, а другой после него (рис. 3.11). ЭДС самоиндук-

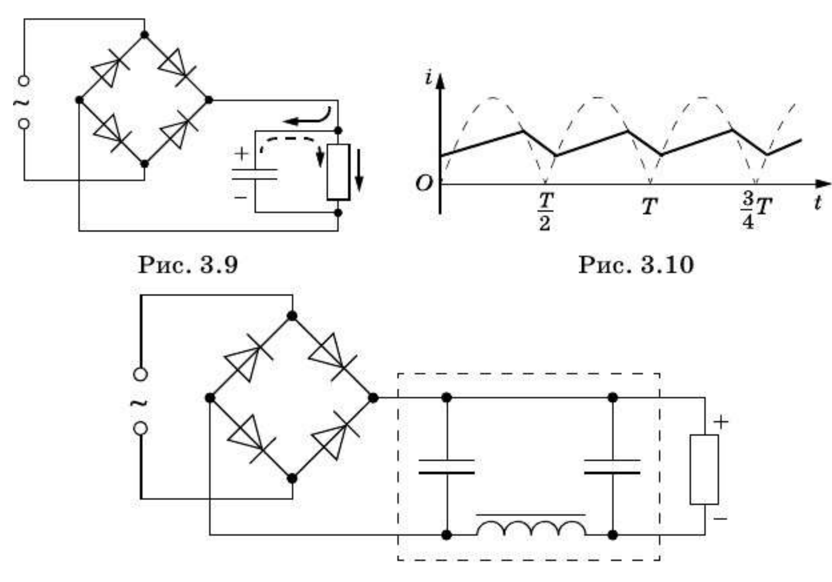


Рис. 3.9

Рис. 3.10

Рис. 3.11

ции в катушке (дросселе) противодействует изменениям тока. Она ослабляет его во время нарастания и поддерживает во время убывания.

В настоящее время полупроводниковые выпрямители используются для питания постоянным током электрифицированных железных дорог, городского электротранспорта (*метро, трамвай, троллейбус*), *а также электролитических цехов.*

? Поясните принцип получения постоянного тока из переменного.

§ 3.5. ТРЁХФАЗНЫЙ ТОК

Трёхфазный ток получил широкое распространение во всём мире. Он обеспечивает более выгодные условия передачи электроэнергии по проводам и позволяет создать простые по устройству, надёжные и удобные в работе электродвигатели. Основоположником техники трёхфазного тока является русский физик и электротехник М. О. Доливо-Добровольский (1861—1919).

Трёхфазным током называется система трёх гармонических токов одинаковых частот и амплитуд, сдвинутых по фазе на 1/3 периода ($\varphi = 120°$, или $2\pi/3$).

Генератор трёхфазного тока

Трёхфазную систему токов принципиально можно получить от трёх одинаковых генераторов переменного однофазного тока. Одинаковые роторы у этих генераторов насажены жёстко на общий вал (рис. 3.12). Статорные обмотки генераторов повёрнуты друг относительно друга на 120° в сторону вращения роторов (см. рис. 3.12).

При равномерном вращении роторов в статорных обмотках каждого генератора индуцируется гармоническая ЭДС (см. § 3.2). Частоты и амплитуды всех трёх ЭДС совпадают. Колебания ЭДС второго генератора запаздывают по фазе относительно колебаний ЭДС первого генератора на $2\pi/3$ (120°), а колебания ЭДС третьего генератора запаздывают относительно колебаний ЭДС второго генератора тоже на $2\pi/3$ (120°) или относительно колебаний ЭДС первого генератора на $4\pi/3$ (240°). Объясняется это тем, что в процессе вращения роторы пересекают плоскости статорных обмоток второго и третьего генераторов с запаздыванием соответственно на 1/3 и 2/3 периода по сравнению с моментом прохождения ротора через плоскость статорной обмотки первого генератора.

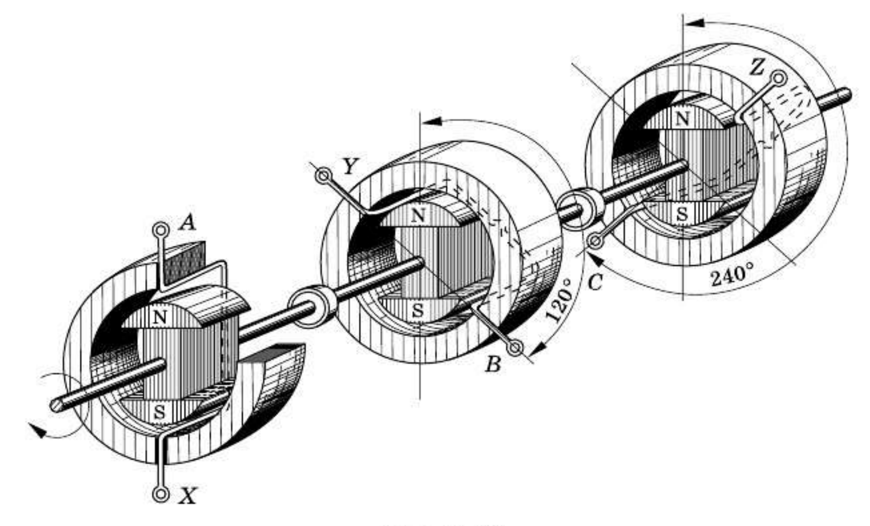
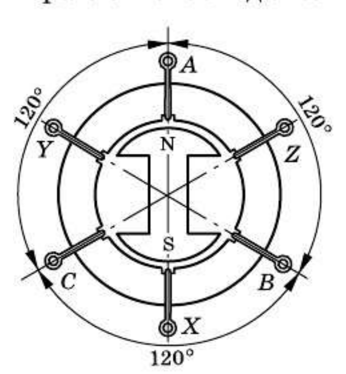


Рис. 3.12

Один из выводов обмотки генератора называют её началом, а другой — концом. Какой вывод считать началом, а какой — концом, зависит от выбора положительного направления обхода контура статорной обмотки. Этот выбор, хотя и является произвольным, должен быть одинаковым для всех генераторов. Примем, например, за положительное направление обхода статорной обмотки первого генератора направление по часовой стрелке, если смотреть на эту обмотку со стороны выхода из плоскости обмотки северного полюса индуктора (ротора). Тогда началом обмотки является клемма A, а её концом — клемма X. Так же определяются начала (B и C) и концы (Y и Z) статорных обмоток второго и третьего генераторов (см. рис. 3.12).



Но получение трёхфазного тока при помощи трёх генераторов оказывается технически сложным и экономически невыгодным. Гораздо проще все три статорные обмотки совместить в одном корпусе (рис. 3.13) и вместо трёх роторов применить один. Такой генератор называется *генератором трёхфазного тока*.

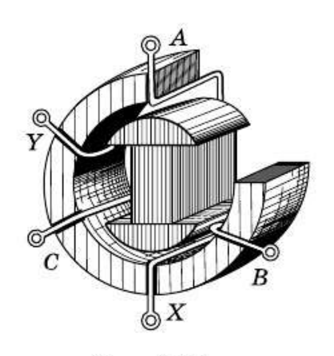


Рис. 3.13

Таким образом, статор генератора трёхфазного тока имеет три уложенные в пазах статора независимые обмотки, сдвинутые в пространстве одна относительно другой на 1/3 окружности статора. Каждая статорная обмотка называется фазой* генератора.

Ротор генератора трёхфазного тока конструктивно ничем не отличается от ротора генератора однофазного тока.

При вращении ротора во всех обмотках статора индуцируются одинаковые по частоте и амплитуде ЭДС, но сдвинутые по фазе на $2\pi/3$. Приняв за начало отсчёта времени момент, в который ЭДС первой фазы e_A имеет нулевое значение (рис. 3.14), можно записать:

$$e_A = \mathcal{E}_m \sin \omega t. \qquad (3.5.1)$$

Электродвижущая сила второй фазы генератора, отстающая от ЭДС первой фазы на $2\pi/3$, равна:

$$e_B = \mathcal{E}_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right). \qquad (3.5.2)$$

ЭДС третьей фазы, отстающая от ЭДС второй фазы на $2\pi/3$ и от ЭДС первой фазы на $4\pi/3$, записывается так:

$$e_C = \mathcal{E}_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = \mathcal{E}_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right). \qquad (3.5.3)$$

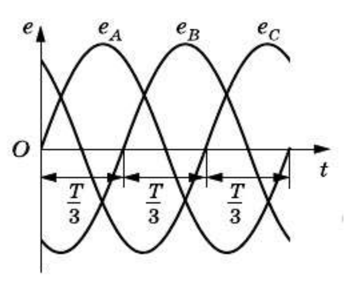


Рис. 3.14

На рисунке 3.14 представлены графики ЭДС, индуцируемых в обмотках генератора трёхфазного тока. Каждая из обмоток трёхфазного генератора может быть самостоятельным источником тока и питать свою цепь. В этом случае получается *несвязанная трёхфазная система*, требующая для передачи энергии *шесть проводов*. На практике такие системы не применяются. С целью уменьшения числа проводов, идущих во внешнюю цепь, обмотки трёхфазного генератора соединяются между собой, образуя электрически связанную трёхфазную систему. Можно так соединить между собой обмотки генератора трёхфазного тока, чтобы вместо шести проводов обойтись *четырьмя* или даже *тремя* проводами. Это значительно экономит материал, идущий на изготовление проводов.

---

* Этот термин не следует путать с фазой гармонически колеблющейся величины.

§ 3.6. СОЕДИНЕНИЕ ОБМОТОК ГЕНЕРАТОРА ТРЁХФАЗНОГО ТОКА

Существует два основных способа соединения фазных обмоток генератора между собой: звездой и треугольником.

Соединение звездой

При соединении звездой (условное обозначение Y) концы обмоток X, Y и Z соединяются в одной точке O, которая называется *нулевой* точкой или *нейтралью* (рис. 3.15). Начала и концы обмоток определяют по правилу, о котором было рассказано в § 3.5. Разметка выводов обмоток на концы и начала — это не простая формальность. Если при прохождении ротора через обмотку AX в начале A обмотки и в конце X обмотки потенциалы были равны соответственно φ_A и φ_B, то после поворота ротора на 120°, т. е. при прохождении его через обмотку BY, обязательно должны выполняться равенства $\varphi_B = \varphi_A$ и $\varphi_Y = \varphi_X$. То же относится к началу C и концу Z третьей обмотки генератора. Генератор соединяется с потребителями тока четырьмя проводами. Три из них, присоединённые к началам A, B и C обмоток, называются *линейными* проводами. Провод, присоединённый к нулевой точке, называется *нейтральным* или *нулевым* проводом.

Напряжения между каждым из линейных проводов и нейтральным проводом называются фазными напряжениями. Их действующие значения обозначаются соответственно U_A, U_B, U_C или в общем виде $U_ф$.

Напряжения между линейными проводами называются линейными напряжениями. Их действующие значения обозначаются соответственно U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} или в общем виде $U_л$.

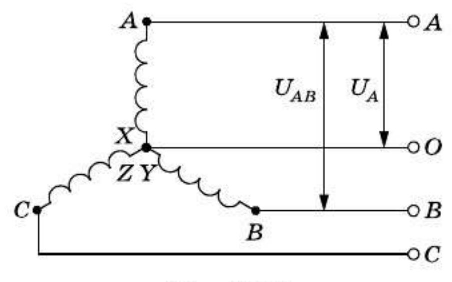


Рис. 3.15

Установим соотношение между линейными и фазными напряжениями при соединении обмоток генератора звездой. Мгновенное значение линейного напряжения u_{AB} между фазами A и B равно разности потенциалов между началами обмоток A и B:

$$u_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = (\varphi_A - \varphi_O) - (\varphi_B - \varphi_O) = u_A - u_B. \quad (3.6.1)$$

Аналогично

$$u_{BC} = u_B - u_C, \quad (3.6.2)$$

$$u_{CA} = u_C - u_A. \quad (3.6.3)$$

Таким образом, линейные напряжения равны разности соответствующих фазных напряжений.

При разомкнутом генераторе фазные напряжения u_A, u_B, u_C равны по модулю и противоположны по знаку соответствующим ЭДС e_A, e_B, e_C в его обмотках. Амплитуды фазных напряжений равны амплитуде ЭДС обмоток:

$$U_{mA} = U_{mB} = U_{mC} = U_{m\,\text{ф}} = \mathcal{E}_m.$$

Вычислим линейное напряжение между фазами A и B:

$$u_{AB} = u_A - u_B = -(e_A - e_B) =$$

$$= -\left[\mathcal{E}_m \sin \omega t - \mathcal{E}_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right] = -2\mathcal{E}_m \sin\frac{\pi}{3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right).$$

Учитывая, что $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, а $\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$, получим

$$u_{AB} = -U_{m\,\text{ф}}\sqrt{3}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) = -U_{m\,AB}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right). \quad (3.6.4)$$

Аналогичные выражения можно получить для u_{BC} и u_{CA}.

Отсюда видно, что при соединении обмоток генератора звездой линейные напряжения изменяются по гармоническому закону с той же частотой, что и фазные напряжения, а амплитуда колебаний линейного напряжения больше амплитуды колебаний фазного напряжения в $\sqrt{3}$ раз. Следовательно, *действующее значение линейного напряжения при соединении звездой в $\sqrt{3}$ раз больше действующего значения фазного напряжения*:

$$U_\text{л} = \sqrt{3}\, U_\text{ф}. \quad (3.6.5)$$

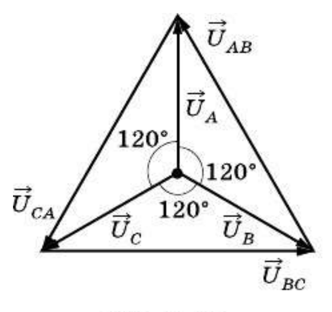


Рис. 3.16

К этому же результату можно прийти, если построить векторную диаграмму для действующих значений фазных и линейных напряжений (рис. 3.16) с учётом того, что:

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_A - \vec{U}_B;$$

$$\vec{U}_{BC} = \vec{U}_B - \vec{U}_C;$$

$$\vec{U}_{CA} = \vec{U}_C - \vec{U}_A.$$

Соединение обмоток генератора треугольником

При соединении обмоток генератора трёхфазного тока треугольником (условное обозначение △) конец первой обмотки X соединяется с началом второй обмотки B, конец второй обмотки Y соединяется с началом третьей обмотки C и конец третьей обмотки Z — с началом первой обмотки A (рис. 3.17). Три линейных провода, идущих к потребителям тока, присоединяются к началам обмоток (фаз) A, B, C. При таком соединении обмоток, как видно из рисунка 3.17, фазные напряжения равны линейным напряжениям:

$$U_ф = U_л. \qquad (3.6.6)$$

При соединении треугольником три обмотки (фазы) генератора образуют замкнутый контур с весьма малым сопротивлением. Но полная ЭДС контура равна нулю:

$$e = e_A + e_B + e_C =$$
$$= \mathscr{E}_m \sin\omega t + \mathscr{E}_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \mathscr{E}_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = 0. \qquad (3.6.7)$$

Поэтому сила тока в обмотках ненагруженного генератора равна нулю.

В справедливости равенства (3.6.7) можно убедиться, сложив векторы ЭДС на векторной диаграмме (рис. 3.18).

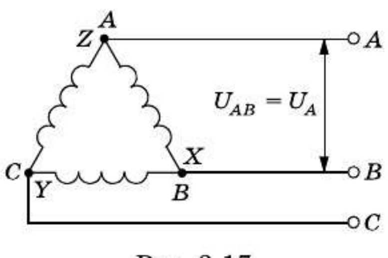


Рис. 3.17

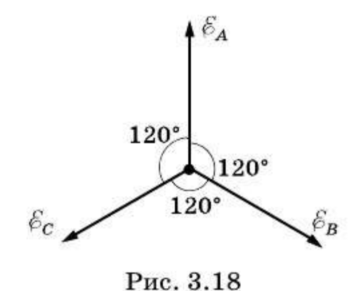


Рис. 3.18

Опасно неправильное соединение обмоток генератора треугольником, когда, например, конец первой обмотки X соединён с началом второй обмотки B, но конец второй обмотки Y соединён с концом третьей обмотки Z и начало третьей обмотки C соединено с началом первой обмотки A. В этом случае результирующая ЭДС не равна нулю (предлагаем вам доказать, что она по модулю равна удвоенному значению фазной ЭДС), что при малом сопротивлении обмоток генератора равносильно короткому замыканию.

При соединении обмоток генератора треугольником для получения нужного линейного напряжения каждая фазная обмотка должна быть рассчитана на напряжение, в $\sqrt{3}$ раз большее, чем в случае соединения обмоток генератора звездой. Это приводит к удорожанию генератора, в связи с чем обмотки генератора обычно соединяются звездой.

Соединение треугольником допустимо лишь при *одинаковой* или почти одинаковой *нагрузке фаз*. Иначе сила тока в замкнутом контуре обмоток окажется слишком большой, что опасно для генератора.

§ 3.7. СОЕДИНЕНИЕ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Соединение звездой

Потребители электрической энергии, так же как и обмотки генератора, могут соединяться звездой и треугольником. При соединении звездой трёхфазная система может быть четырёхпроводной (при неравномерной нагрузке на каждую фазу) и трёхпроводной (при равномерной нагрузке).

Неравномерная (несимметричная) нагрузка имеет место, как правило, в осветительных сетях. В этом случае в четырёхпроводной трёхфазной системе лампы включаются между нейтральным (нулевым) проводом и каждым из линейных проводов (рис. 3.19). Условия работы потребителей энергии остаются теми же, что и в однофазной системе, так как благодаря нейтральному проводу напряжения на отдельных фазах* потребителей равны фазному напряжению.

---

* Отдельные потребители тока или группы потребителей, включённые между одним из линейных проводов и нулевым проводом (в четырёхпроводной системе) или между двумя линейными проводами (в трёхпроводной системе), называются *фазами потребителей*.

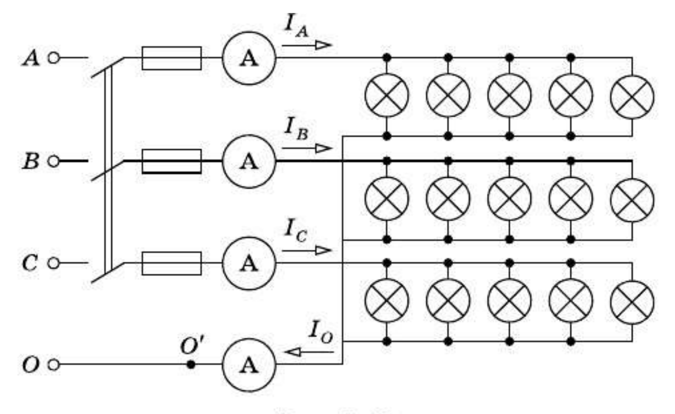


Рис. 3.19

Как видно из рисунка 3.19, сила тока в каждом из линейных проводов ($I_л$) равна силе тока в соответствующих фазах потребителя энергии ($I_ф$):

$$I_л = I_ф. \tag{3.7.1}$$

Согласно первому правилу Кирхгофа мгновенное значение силы тока в нейтральном проводе при выбранных на рисунке 3.19 положительных направлениях токов равно сумме мгновенных значений фазных сил токов, т. е.

$$i_O = i_A + i_B + i_C.$$

Действующее значение силы тока в нейтральном проводе определяется геометрическим сложением векторов фазных сил токов:

$$\vec{I}_O = \vec{I}_A + \vec{I}_D + \vec{I}_C. \tag{3.7.2}$$

На рисунке 3.20, *а* изображена векторная диаграмма действующих значений фазных напряжений и фазных сил токов в четырёхпроводной цепи при неравномерной активной нагрузке. Так как нагрузка активная (электролампы), то для

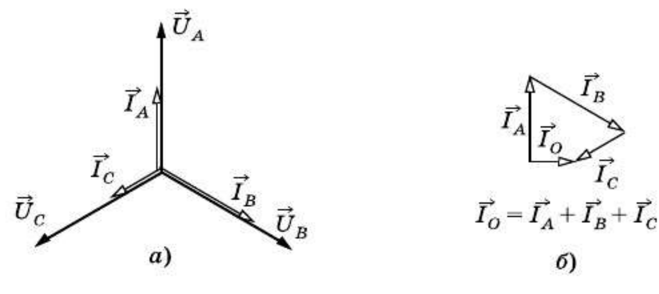


Рис. 3.20

всех фаз cos $\varphi = 1$, и направления векторов напряжений и соответствующих векторов сил токов совпадают ($\varphi = 0$). Длины же векторов $\vec{I}_A$, $\vec{I}_B$, $\vec{I}_C$ не одинаковы, так как не одинаковы сопротивления потребителей, включённых на каждую фазу. Сложив векторы сил фазных токов (рис. 3.20, *б*), находим вектор силы тока $\vec{I}_O$ в нулевом проводе. Как правило, сила тока в нейтральном проводе оказывается меньше сил токов в линейных проводах. Поэтому нейтральный провод может быть тоньше линейных проводов.

При равномерной (симметричной) нагрузке фаз сила тока в нейтральном проводе

$$i_O = i_A + i_B + i_C = 0.$$

В этом случае нейтральный провод не нужен, и трёхфазная система делается трёхпроводной. Примером симметричной нагрузки являются трёхфазные двигатели. Для их питания прокладывают трёхпроводную линию. У трёхфазного двигателя, как и у генератора, три обмотки. Три вывода этих обмоток (начала или концы) соединяют с линейными проводами сети, а три других вывода соединяют между собой в один узел. Обычно осветительная сеть и сеть, питающая двигатели (силовая сеть), монтируются отдельно.

Соединение треугольником

При соединении потребителей электроэнергии треугольником (рис. 3.21) отдельные фазы нагрузки присоединяются к линейным проводам, идущим от генератора. Следовательно, каждая фаза нагрузки находится под линейным напряжением. Токи, текущие по отдельным фазам нагрузки (I_{AB}, I_{BC}, I_{CA}), называются *фазными токами*, а токи, текущие по линейным проводам от генератора к нагрузке (I_A, I_B, I_C), называются *линейными токами*.

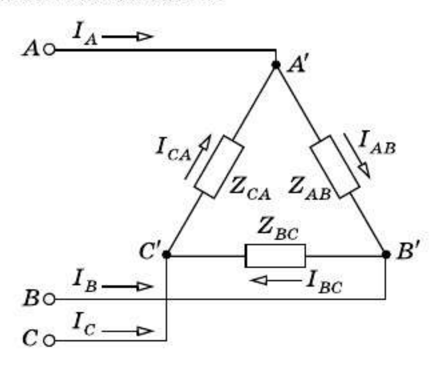


Рис. 3.21

Найдём зависимость между линейными и фазными токами при соединении нагрузки треугольником.

Выберем положительное направление фазных токов от A' к B', от B' к C' и от C' к A' (см. рис. 3.21). За положительное направление линейных токов принимаем, как и раньше, направление от генератора к нагрузке.

Для мгновенных значений сил токов, сходящихся в точке A', по первому правилу Кирхгофа имеем:

$$i_A + i_{CA} = i_{AB}.$$

Отсюда

$$i_A = i_{AB} - i_{CA}.$$

Аналогично для точки B':

$$i_B = i_{BC} - i_{AB}$$

и для точки C':

$$i_C = i_{CA} - i_{BC}.$$

Действующие значения сил линейных токов находятся как геометрические разности векторов соответствующих фазных токов:

$$\vec{I}_A = \vec{I}_{AB} - \vec{I}_{CA};\ \vec{I}_B = \vec{I}_{BC} - \vec{I}_{AB};\ \vec{I}_C = \vec{I}_{CA} - \vec{I}_{BC}. \qquad (3.7.3)$$

На рисунке 3.22 изображена векторная диаграмма для действующих значений линейных напряжений и сил фазных токов при соединении потребителей энергии треугольником в случае неравномерной индуктивно-активной нагрузки. На этой диаграмме видно, что силы фазных токов отстают по фазе от соответствующих линейных напряжений (векторы сил токов повёрнуты относительно векторов напряжений по часовой стрелке), причём $\varphi_{AB} \neq \varphi_{BC} \neq \varphi_{CA}$. Длины векторов сил фазных токов $\vec{I}_{AB}$, $\vec{I}_{BC}$, $\vec{I}_{CA}$ тоже различны. Всё это из-за несимметричности нагрузки на фазы.

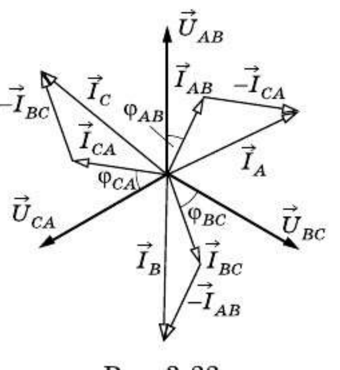


Рис. 3.22

При симметричной нагрузке, включённой по схеме треугольника (см. рис. 3.21), между действующими значениями сил фазных и линейных токов выполняется соотношение

$$I_л = \sqrt{3}\, I_ф. \qquad (3.7.4)$$

В этом можно убедиться, рассмотрев векторную диаграмму, изображённую на рисунке 3.23, *а*. На этой векторной диаграмме в отличие от векторной диаграммы, изображённой на рисунке 3.22, векторы сил фазных токов $\vec{I}_{AB}$, $\vec{I}_{BC}$, $\vec{I}_{CA}$ имеют одинаковую длину ($I_{AB} = I_{BC} = I_{CA}$) и повёрнуты относительно векторов линейных напряжений $\vec{U}_{AB}$, $\vec{U}_{BC}$, $\vec{U}_{CA}$ на одинаковые углы ($\varphi_{AB} = \varphi_{BC} = \varphi_{CA}$).

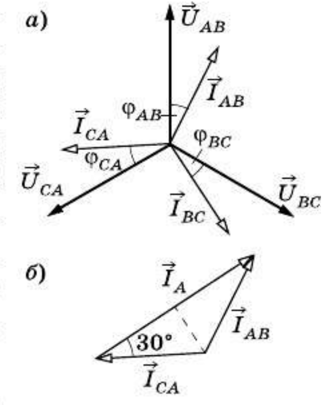


Рис. 3.23

Определим силу линейного тока I_A. Для этого согласно равенствам (3.7.3) надо найти разность векторов $\vec{I}_{AB} - \vec{I}_{CA}$ (рис. 3.23, *б*). Из рисунка видно, что

$$I_A = 2I_{AB}\cos 30^\circ = I_{AB}\sqrt{3}.$$

Мощность трёхфазной системы

Мощность одной фазы

$$P_ф = U_ф I_ф \cos \varphi_ф.$$

При равномерной (симметричной) нагрузке мощность трёх фаз

$$P = 3P_ф = 3U_ф I_ф \cos \varphi_ф. \qquad (3.7.5)$$

Когда нагрузки соединены звездой, то

$$U_ф = \frac{U_л}{\sqrt{3}}, \ I_ф = I_л$$

и

$$P = \frac{3U_л I_л}{\sqrt{3}} \cos \varphi_ф = \sqrt{3}\, IU \cos \varphi. \qquad (3.7.6)$$

При соединении треугольником

$$I_ф = \frac{I_л}{\sqrt{3}}, \text{ а } U_ф = U_л.$$

Подставив эти значения $I_ф$ и $U_ф$ в формулу (3.7.5), снова получим выражение (3.7.6).

Итак, мощность трёхфазной системы

$$P = \sqrt{3}\, IU \cos \varphi,$$

где под I и U надо понимать действующие значения линейных токов и напряжений.

При неравномерной нагрузке фаз мощность трёхфазной системы определяется как сумма мощностей отдельных фаз:

$$P = P_A + P_B + P_C.$$

? °При каких условиях работы потребителей энергии они соединяются звездой/треугольником? Приведите конкретные примеры.

§ 3.8. АСИНХРОННЫЙ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЬ

Наиболее распространённым типом электрического двигателя в современной электротехнике является простой в устройстве, удобный и надёжный в эксплуатации двигатель с вращающимся магнитным полем, основанный на применении трёхфазного тока. Он был изобретён в 1889 *г. М. О. Доливо-Добровольским**.

Чтобы понять основную идею конструкции и действия этих двигателей, обратимся к опыту (рис. 3.24). Если дугообразный магнит привести во вращение, то помещённый в это поле замкнутый проволочный виток тоже придёт во вращение в ту же сторону, в какую вращается магнит. Объяснить опыт можно следующим образом. Так как магнит вращается, то создаваемое им магнитное поле тоже приходит во вращение. При вращении поля изменяется магнитный поток через виток, поэтому в витке индуцируется ток. Взаимодействие индукционного тока с магнитным полем вращающегося магнита вызывает вращение витка.

Согласно правилу Ленца индукционный ток в витке противодействует изменению магнитного потока через виток, т. е. противодействует вращению поля. Но замедлить враще-

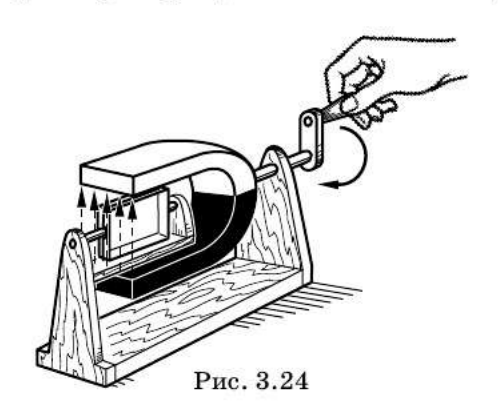


Рис. 3.24

* Отметим, что в 1888 г. сербский учёный Н. Тесла сформулировал принцип работы двухфазного асинхронного двигателя.

ние магнитного поля он не может, так как оно определяется внешней механической силой. Поэтому виток сам вращается в сторону вращения поля.

При наличии трёхфазного тока очень легко получить вращающееся магнитное поле *без механического вращения магнита*, что используется в *асинхронном электродвигателе*.

Устройство асинхронного электродвигателя

Асинхронный электродвигатель (рис. 3.25) состоит из двух главных частей: неподвижной части — статора *1* и вращающейся части — ротора *2*. Статор асинхронного электродвигателя набирается из отдельных стальных листов (рис. 3.26), которые изолируются друг от друга и образуют

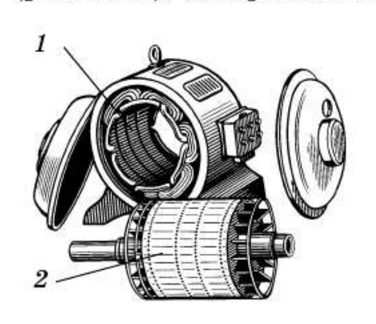


Рис. 3.25

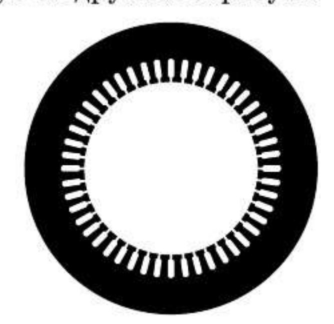


Рис. 3.26

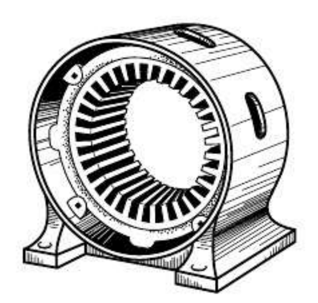


Рис. 3.27

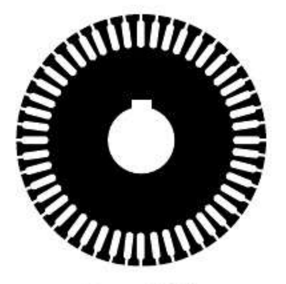


Рис. 3.28

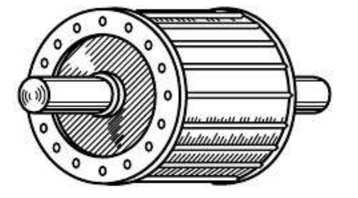


Рис. 3.29

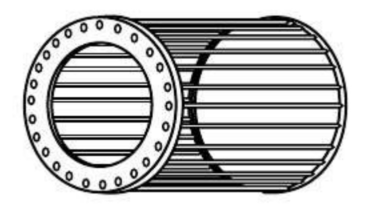


Рис. 3.30

конструкцию, показанную на рисунке 3.27. На внутренней поверхности статора в пазах укладывается обмотка.

Ротор асинхронного электродвигателя тоже набирается из стальных листов (рис. 3.28), которые закрепляются на валу (рис. 3.29). В пазы ротора укладываются медные стержни, которые на торцовых частях соединяются друг с другом медными кольцами, образуя обмотку, называемую «беличьим колесом» (рис. 3.30).

Обмотка статора трёхфазного асинхронного электродвигателя в простейшем случае состоит из трёх катушек, повёрнутых друг относительно друга на 120° (рис. 3.31). Эти катушки соединяются звездой или треугольником и включаются в сеть трёхфазного тока.

Вращающееся магнитное поле

По трём обмоткам (катушкам) статора (см. рис. 3.31) проходят токи трёхфазной системы, сдвинутые по фазе на $2\pi/3$. Эти токи образуют три переменных магнитных поля. Так как в любой момент времени модуль B индукции магнитного поля пропорционален силе тока в катушке i, то изменения модуля индукции магнитного поля любой катушки происходят по тому же закону, по которому изменяется сила тока в ней.

Мгновенные значения индукций магнитных полей каждой из трёх катушек в произвольный момент времени t выражаются уравнениями:

$$\begin{cases} B_A = B_m \sin \omega t, \\ B_B = B_m \sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right), \\ B_C = B_m \sin\left(\omega t - \dfrac{4\pi}{3}\right). \end{cases} \qquad (3.8.1)$$

Рис. 3.31

Рис. 3.32

Векторы $\vec{B}_A$, $\vec{B}_B$ и $\vec{B}_C$ колеблются вдоль осей симметрии обмоток статора (рис. 3.32). (На рисунке 3.32, как и на рисунке 3.31, каждая обмотка (катушка) статора показана схематически в виде одного витка. Ротор внутри статора показан в виде круга без обмотки.)

Для нахождения индукции результирующего магнитного поля проведём две взаимно перпендикулярные координатные оси Ox и Oy, направив ось Ox вдоль вектора $\vec{B}_A$. Найдём проекции векторов $\vec{B}_A$, $\vec{B}_B$ и $\vec{B}_C$ на координатную ось Ox:

$$B_{Ax} = B_A = B_m \sin \omega t,$$

$$B_{Bx} = B_B \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} B_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right),$$

$$B_{Cx} = B_C \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} B_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Определим теперь проекцию на ось Ox вектора $\vec{B}$ индукции результирующего магнитного поля:

$$B_x = B_{Ax} + B_{Bx} + B_{Cx} =$$

$$= B_m \left(\sin \omega t - \frac{1}{2} \left[\sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \right) =$$

$$= B_m \left[\sin \omega t - \frac{1}{2} \cdot 2 \sin (\omega t - \pi) \cos \frac{\pi}{3} \right] = \frac{3}{2} B_m \sin \omega t.$$

То же самое с заменой синуса на косинус имеет место для проекции B_y:

$$B_y = \frac{3}{2} B_m \cos \omega t.$$

Зная проекции B_x и B_y, с помощью теоремы Пифагора найдём модуль вектора $\vec{B}$ в данный момент времени t:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{3}{2} B_m. \qquad (3.8.2)$$

При $t = 0$ (в начальный момент) $B_x = 0$, а $B_y = \frac{3}{2} B_m$. Следовательно, в начальный момент времени направление вектора индукции $\vec{B}$ результирующего магнитного поля совпадало с направлением оси Oy. Поворот вектора $\vec{B}$ за время t определяется углом α:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_x}{B_y} = \operatorname{tg} \omega t.$$

Отсюда

$$\alpha = \omega t.$$

Таким образом, *при прохождении трёхфазного тока по обмоткам (катушкам) статора асинхронного электродвигателя модуль вектора индукции $\vec{B}$ результирующего магнитного поля не изменяется и равен $\frac{3}{2}B_m$, где B_m — амплитуда индукции магнитного поля одной катушки. Сам же вектор $\vec{B}$ вращается в плоскости осей катушек с угловой скоростью ω.*

В рассмотренном случае вектор магнитной индукции $\vec{B}$ вращается по часовой стрелке (см. рис. 3.32). Но если поменять местами два любых провода, питающих электродвигатель, то магнитное поле (вектор $\vec{B}$) будет вращаться в противоположном направлении. Это вы можете доказать самостоятельно.

В рассмотренном примере, когда обмотка статора состоит из трёх катушек, повёрнутых друг относительно друга на 120°, вектор $\vec{B}$ вращается с угловой скоростью ω, равной циклической частоте переменного тока. Одному периоду тока соответствует один оборот магнитного поля. Но если взять, например, шесть катушек, соединить их попарно последовательно и расположить в пазах статора так, как показано на рисунке 3.33, то при прохождении по ним трёхфазного тока магнитное поле будет вращаться в два раза медленнее. Это можно строго доказать. Но понять его легко из следующих простых рассуждений.

Когда обмотка статора состоит из трёх катушек, они занимают всю окружность статора (360°) и вектор магнитной индукции за период поворачивается на 360°. При наличии же шести катушек они сдвинуты относительно друг друга на

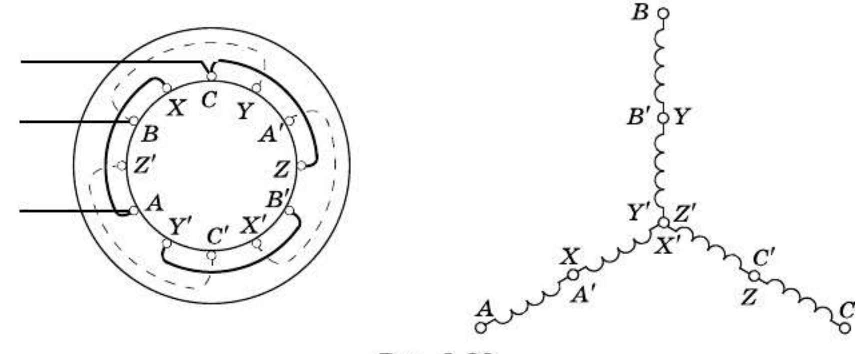


Рис. 3.33

60°, и комплект катушек AX, BY, CZ занимает одну половину окружности статора (180°), а другую половину занимают катушки $A'X'$, $B'Y'$, $C'Z'$. Теперь за период вектор $\vec{B}$ повернётся лишь на 180°, т. е. частота вращения магнитного поля оказывается равной половине частоты тока. Если число комплектов катушек статора (в комплект входит три катушки) обозначить через p, то частота вращения поля $n = \frac{\nu}{p}$, где ν — частота тока. Таким образом, скорость вращения магнитного поля определяется числом катушек в обмотке статора, которое всегда кратно трём.

Принцип действия асинхронного электродвигателя

Вращающий момент двигателя создаётся силами взаимодействия вращающегося магнитного поля статора и токов, индуцируемых им в роторе.

Скорость вращения ротора электродвигателя не может достигнуть скорости вращения магнитного поля. Вращающий момент, действующий на ротор, определяется силой тока (или соответствующей ЭДС), индуцируемого в роторе. А индуцируемая в роторе ЭДС определяется скоростью вращения поля по отношению к скорости вращения ротора, который вращается в ту же сторону, что и поле. Значит, если бы ротор вращался с той же скоростью, что и поле, то он находился бы в покое относительно поля, и в нём не возникала бы ЭДС индукции. В роторе не было бы тока и не мог бы возникнуть вращающий момент. Отсюда ясно, что двигатель описываемого типа может работать только при частоте вращения ротора, несколько меньшей частоты вращения поля. Поэтому такие электродвигатели в технике принято называть *асинхронными**.

Во время включения двигателя, когда ротор ещё неподвижен, сила тока в нём значительно больше, чем при работе электродвигателя. Двигатель развивает в момент пуска довольно значительный вращающий момент, отчего частота вращения ротора нарастает и почти сравнивается с частотой вращения поля, и сила тока в роторе быстро уменьшается.

При изменении нагрузки электродвигателя (тормозного момента на валу) изменяется и вращающий момент. Например, при увеличении нагрузки возросший тормозной момент вызывает уменьшение скорости вращения ротора. При этом возрастает относительная скорость движения проводов рото-

* От греческого слова synchronos — «одновременный» или «согласованный во времени», частица «а» означает отрицание.

ра в магнитном поле, что приводит к увеличению ЭДС и токов в роторе, и, следовательно, вращающего момента. Благодаря этому **асинхронный трёхфазный электродвигатель сохраняет почти постоянной частоту вращения ротора при очень широких колебаниях нагрузки**. Регулировать частоту вращения ротора в принципе невозможно.

Само собой разумеется, что при *возрастании нагрузки* двигателя, т. е. отдаваемой им механической мощности, *должен возрастать* не только ток в роторе, но и *ток в статоре*. В соответствии с законом сохранения энергии двигатель должен получить от сети бо́льшую электрическую мощность. Здесь происходит такой же процесс, как и при работе нагруженного трансформатора (см. § 3.3). Детали этого процесса довольно сложны, и мы их рассматривать не будем.

§ 3.9. ТРЁХФАЗНЫЙ ТРАНСФОРМАТОР

Преобразование трёхфазного тока одного напряжения в трёхфазный ток другого напряжения можно осуществить при помощи группы из трёх однофазных трансформаторов или при помощи одного трёхфазного трансформатора.

Трёхфазный трансформатор состоит из трёхстержневого магнитопровода с помещёнными на этих стержнях обмотками (рис. 3.34). На каждом стержне трансформатора размещаются две обмотки, принадлежащие одной фазе; одна из них — первичная, а другая — вторичная. Процессы, происходящие в каждой паре катушек трёхфазного трансформатора, ничем не отличаются от процессов в однофазном трансформаторе.

Первичные обмотки трёхфазного трансформатора могут соединяться звездой или треугольником. Так же могут соединяться и вторичные обмотки. Таким образом, возможны четыре схемы соединения обмоток трансформатора: звезда—звезда (Y/Y); звезда—треугольник (Y/△); треугольник—треугольник (△/△); треугольник—звезда (△/Y). Из четырёх указанных схем на практике применяются: а) Y/Y_0; б) Y/△; в) Y_0/△. В приведённых обозначениях числитель указывает схему соединения обмоток высокого напряжения, а знаменатель — схему соеди-

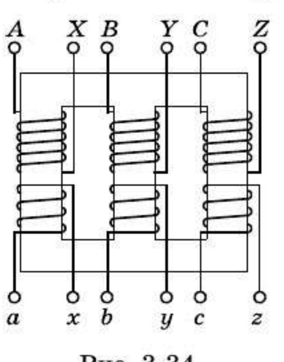


Рис. 3.34

нения обмоток низкого напряжения. Обозначение Y_0 применяется для обмоток, соединённых звездой, с выведенной нулевой точкой.

§ 3.10. ПРОИЗВОДСТВО И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Производство электрической энергии

В настоящее время в нашей стране бо́льшая часть электроэнергии производится на мощных электростанциях, на которых в электрическую энергию преобразуется какой-либо другой вид энергии.

В зависимости от вида энергии, которая преобразуется в электрическую, различают три основных типа электростанций: тепловые, гидро- и атомные электростанции.

На *тепловых электростанциях* источником энергии служит топливо: уголь, газ, нефть, мазут, горючие сланцы. Роторы электрических генераторов приводятся во вращение паровыми и газовыми турбинами или двигателями внутреннего сгорания. Наиболее экономичными являются крупные тепловые паротурбинные электростанции (ТЭС).

На тепловых паротурбинных электростанциях (рис. 3.35) в паровых котлах *1* химическая энергия топлива превращается в энергию пара *2*. В турбинах *3* энергия пара преобразуется в механическую, а затем в генераторе *4*, имеющем общий вал с турбиной, превращается в электрическую. От генератора энергия направляется на шины распределительного

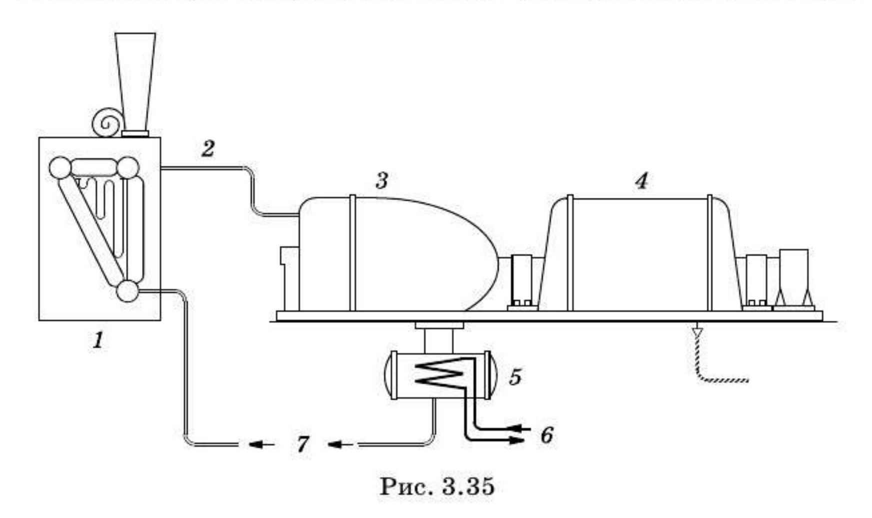


Рис. 3.35

устройства станции. Отработанный пар из турбины поступает в конденсатор *5*, который охлаждается проточной водой *6*, и конденсат *7* в виде горячей дистиллированной воды возвращается в котёл. Такие станции принято называть *тепловыми конденсационными станциями*.

Тепловые конденсационные электростанции большой мощности обычно располагаются недалеко от источников топлива и крупных водоёмов.

Коэффициент полезного действия ТЭС достигает 40%. Причём бóльшая часть энергии теряется вместе с горячим отработавшим паром. Специальные тепловые электростанции, так называемые *теплоэлектроцентрали* (ТЭЦ), позволяют значительную часть энергии отработавшего пара использовать для отопления и технологических процессов в промышленных предприятиях, а также для бытовых нужд (отопление, горячее водоснабжение). В результате КПД ТЭЦ достигает 60—70%. В настоящее время в нашей стране ТЭЦ дают около 40% всей производимой электроэнергии.

На *гидроэлектростанциях* (ГЭС) энергия движущейся воды в гидротурбине превращается в механическую, а затем в генераторе преобразуется в электрическую (рис. 3.36. *1* — генератор; *2* — трансформатор; *3* — турбина; *4* — лопатки направляющего аппарата). Мощность станции зависит от

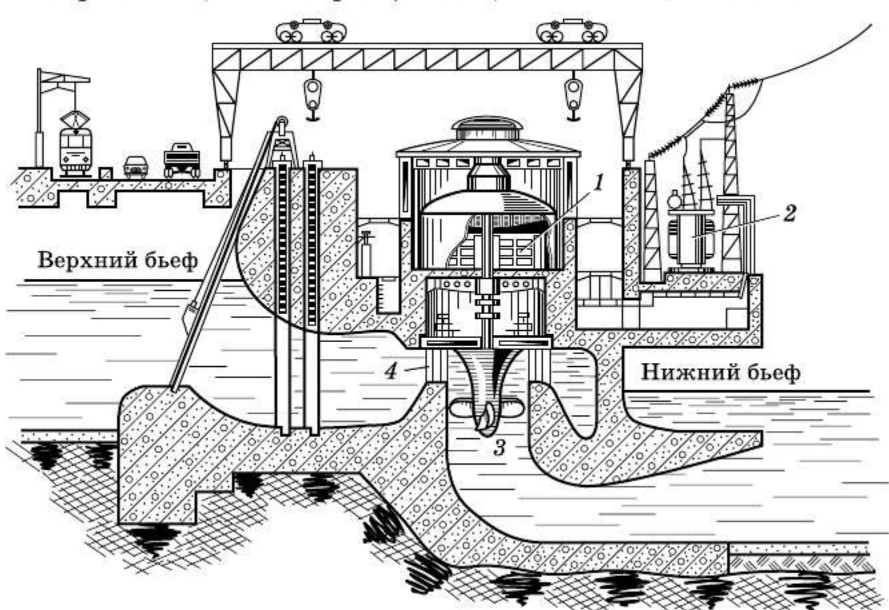


Рис. 3.36

создаваемой плотиной разности уровней воды (напора) и от массы воды, проходящей через турбины в секунду (расхода воды). Гидроэлектростанции дают около 20% всей вырабатываемой в нашей стране электроэнергии.

На *атомных электростанциях* (АЭС) технология производства электрической энергии почти такая же, как и на ТЭС. Разница состоит в том, что на АЭС энергию для преобразования воды в пар даёт ядерный реактор.

Кроме мощных электростанций, находящихся в районах сосредоточения энергетических ресурсов (полноводные реки, природные запасы энергии в виде дешёвых углей, торфа и т. д.), имеется группа *станций местного значения*. Они располагаются в непосредственной близости к потребителям. К ним относятся ТЭЦ, станции промышленных предприятий, городские, сельскохозяйственные, ветровые, передвижные и т. д.

Использование электроэнергии

Главным потребителем электроэнергии в нашей стране является промышленность, на долю которой приходится около 70% производимой электроэнергии. На фабриках и заводах, в шахтах и рудниках электродвигатели приводят в движение станки и различные механизмы. Около трети электроэнергии, потребляемой промышленностью, используется для технологических целей (электросварка, электрический нагрев и плавление металлов, электролиз и т. п.).

Исключительно важное значение имеет применение электрической энергии в сельском хозяйстве. Здесь электроэнергия используется для освещения, приведения в действие различных машин, а также аппаратов, применяемых для механической дойки, стрижки овец, пастеризации молока, приготовления кормов, на птицеводческих фермах и т. д.

Современное строительство немыслимо без использования электроэнергии, прежде всего, для приведения в действие подъёмных механизмов и для электросварки.

Крупным потребителем электрической энергии является транспорт: железнодорожный и городской (метро, троллейбус, трамвай).

Без электроэнергии не будет работать телефонная и телеграфная связь, радио, телевидение.

Электрическая энергия используется в автоматике и вычислительной технике. О применении электроэнергии для освещения жилищ, предприятий, учреждений, уличного

освещения, а также в быту (электроплиты, холодильники, стиральные машины, пылесосы, электробритвы и другие электробытовые приборы) знает каждый.

§ 3.11. ПЕРЕДАЧА И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Потребители электроэнергии имеются повсюду. Производится же она преимущественно в местах, близких к источникам топлива и гидроресурсов. Электроэнергию не удаётся консервировать в больших количествах, поэтому возникает необходимость в передаче её на большие расстояния.

Передача электроэнергии связана с заметными потерями, так как электрический ток нагревает провода линий электропередачи (ЛЭП). Рассчитаем электрическую мощность, теряемую в проводах ЛЭП.

Мощность, передаваемая по линии трёхфазного тока при симметричной нагрузке фаз (см. § 3.7),

$$P = \sqrt{3}\, IU \cos \varphi, \qquad (3.11.1)$$

где I и U — действующие значения линейного напряжения и линейной силы тока, а φ — угол сдвига фаз между фазным напряжением и силой тока.

Мощность, теряемая в проводах,

$$P_1 = 3I^2 R_{\text{пр}} = 3I^2 \rho \frac{l}{S}, \qquad (3.11.2)$$

или

$$P_1 = \frac{3P^2}{3U^2 \cos^2 \varphi} \rho \frac{l}{S} = \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \varphi} \rho \frac{l}{S}. \qquad (3.11.3)$$

Здесь ρ — удельное сопротивление материала проводов, l — их длина, S — площадь поперечного сечения проводов.

Анализируя выражение (3.11.3), можно отыскать пути уменьшения теряемой мощности. Передаваемая мощность P и дальность передачи энергии l определяются условиями электропередачи. Эти величины изменить невозможно. Удельное сопротивление ρ зависит от материала, из которого изготовлены провода. На практике используются преимущественно материалы с наименьшим значением ρ (медь, алюминий). Увеличение площади поперечного сечения проводов малоэффективно; значительное их утолщение невозможно из-за большой массы и стоимости линии. Поэтому остаются

два пути уменьшения потерь электрической энергии: увеличение напряжения в линии электропередачи и повышение коэффициента мощности потребителя.

Когда коэффициент мощности cos φ мал, значительная часть энергии циркулирует по проводам от генератора к потребителям и обратно, что приводит к значительным потерям на нагревание проводов. При таком сравнительно высоком коэффициенте мощности, как cos φ = 0,8, потери в линии электропередачи, как видно из формулы (3.11.3), примерно в полтора раза больше, чем в случае, когда cos φ = 1. При современных масштабах передачи энергии повышение значения cos φ с 0,8 до 0,9 дало бы огромную экономию мощности, равную мощности нескольких крупных электростанций. Следовательно, борьба за высокий коэффициент мощности имеет народнохозяйственное значение.

Однако главный путь уменьшения потерь мощности в проводах ЛЭП — это повышение напряжения в линии передачи. Причём чем длиннее линия электропередачи, тем выгоднее использовать более высокое напряжение. Так, например, в городах электроэнергию при напряжении 220 В передают на расстояние не более 200 м, а при напряжении 6 кВ — на расстояние до 5 км. В высоковольтной ЛЭП Волжская ГЭС — Москва используют напряжение 500 кВ.

Между тем генераторы, устанавливаемые на электростанциях, рассчитаны на напряжение, не превышающее 16—20 кВ. Более высокое напряжение потребовало бы принятия сложных специальных мер для изоляции обмоток и других частей генератора.

Поэтому при передаче энергии от мощных электростанций электрический ток по шинам поступает на *трансформаторные повышающие подстанции*. Они состоят из силовых трансформаторов, располагаемых обычно на открытом воздухе недалеко от генераторов, распределительного устройства и щита управления. После повышения напряжения на подстанции до 35, 110, 220, 500, 750 кВ энергия направляется в район потребителя на *трансформаторные понижающие подстанции*, где напряжение понижается до 6—10 кВ.

Высоковольтные ЛЭП — это в основном «воздушные» линии. Их делают из голых алюминиевых, сталеалюминиевых или медных проводов, укреплённых на гирляндах изоляторов, которые подвешиваются на металлических и железобетонных опорах. Расстояние между проводами выбирается с таким расчётом, чтобы была исключена возможность пробоя воздушного промежутка между проводами при раскачива-

нии их ветром. По вершинам опор прокладываются заземлённые стальные оцинкованные тросы. Они предназначены для предохранения линии от атмосферного электричества. Трос, расположенный над проводами, воспринимает на себя атмосферные электрические разряды и отводит электрические заряды в землю.

С понижающих подстанций по сети с напряжением 6—10 кВ энергия частично направляется к высоковольтным потребителям, частично на понижающие подстанции, где напряжение понижается до 220—380 В. Далее по сети с напряжением 220 и 380 В она подводится к потребителям.

На рисунке 3.37 представлена одна из возможных схем передачи и распределения электроэнергии от двух соединённых между собой электростанций (*А* и *Б*). Схема показана

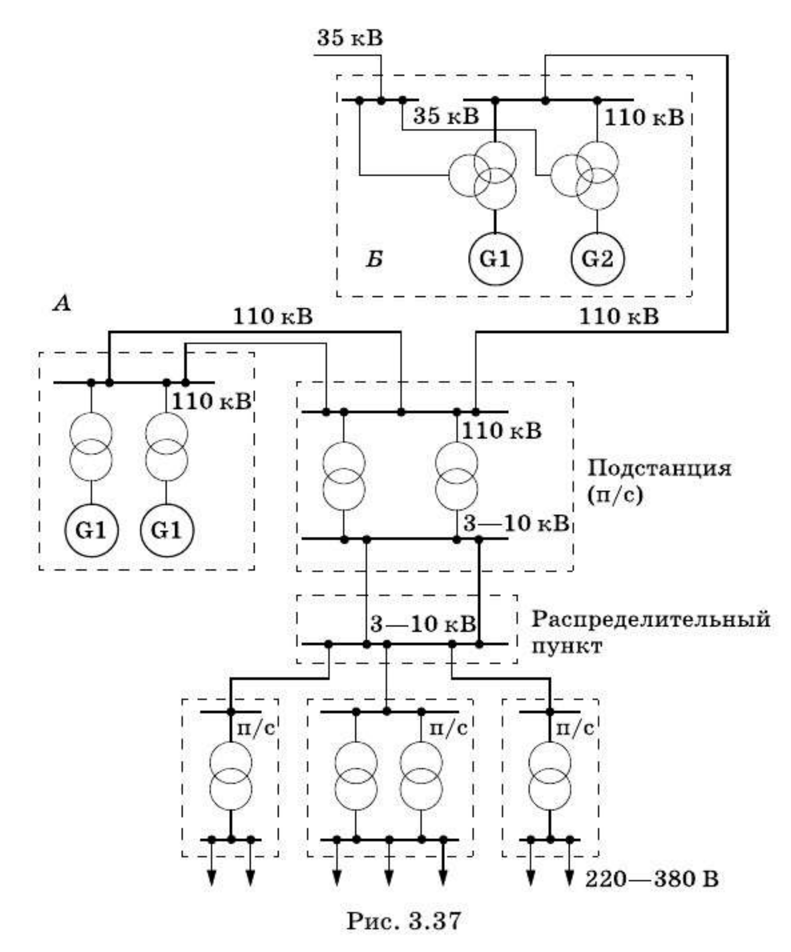


Рис. 3.37

однолинейной, т. е. все три фазы линии передачи изображены одной линией. Часто понижение напряжения происходит в несколько этапов. На каждом этапе напряжение становится меньше, а охватываемая электрической сетью территория — шире.

При очень высоком напряжении между проводами начинается коронный разряд, приводящий к потерям энергии. Потери энергии на разряд могут превысить потери на нагревание. Кроме того, при высоком напряжении резко возрастают требования к изолирующим приспособлениям ЛЭП, что усложняет и удорожает её. Всё это сдерживает строительство ЛЭП сверхвысоких напряжений.

Для уменьшения потерь на коронный разряд при высоких напряжениях (500—750 кВ) каждый провод (каждая фаза) расщепляется на три отдельных провода (рис. 3.38). Расщепление проводов уменьшает также их индуктивное сопротивление (увеличивается cos φ линии), что приводит к увеличению пропускной способности линии передачи.

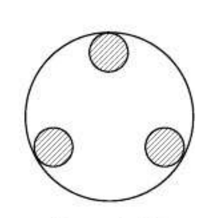


Рис. 3.38

Передача электроэнергии постоянным током

Наиболее перспективным способом передачи электроэнергии на дальние расстояния является использование постоянного тока. Линии электропередачи постоянного тока позволяют передавать по тем же проводам бо́льшую энергию, так как постоянное напряжение между проводами можно сделать равным допустимому амплитудному напряжению линии переменного тока. Кроме того, при передаче электроэнергии постоянным током исчезают затруднения, связанные с индуктивным сопротивлением и ёмкостью линии. Это особенно существенно при передаче электроэнергии на большие расстояния.

При передаче электроэнергии постоянным током вырабатываемое генераторами электростанции переменное напряжение предварительно повышают с помощью трансформаторов, а затем с помощью выпрямителей преобразуют в постоянное напряжение. В конце линии электропередачи постоянное напряжение снова преобразуют в переменное с помощью устройств, называемых инверторами, после чего с помощью трансформаторов его понижают до нужного значения. Трудности, связанные с преобразованием постоянного тока в переменный и обратно, успешно преодолеваются.

Энергосистемы

Электрические станции ряда районов страны объединены высоковольтными линиями передач, образуя общую электрическую сеть, к которой присоединены потребители. Такое объединение, называемое *энергосистемой*, даёт возможность сгладить «пиковые» нагрузки потребления энергии в утренние и вечерние часы. Энергосистема обеспечивает бесперебойность подачи энергии потребителям вне зависимости от места их расположения. Сейчас почти вся территория России обеспечивается электроэнергией объединёнными энергетическими системами.

§ 3.12. ЭФФЕКТИВНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Потребность в электроэнергии постоянно увеличивается как в промышленности, на транспорте, в научных учреждениях, так и в быту. Удовлетворить эту потребность можно двумя способами.

Самый естественный и единственный на первый взгляд способ — строительство новых мощных электростанций: тепловых, гидравлических и атомных. Однако строительство новой крупной электростанции требует нескольких лет и больших затрат. При этом тепловые электростанции потребляют невозобновляемые природные ресурсы: уголь, нефть и газ. Одновременно они наносят большой ущерб экологическому равновесию на нашей планете.

Передовые технологии позволяют удовлетворить потребности в электроэнергии другим способом. Приоритет в усилиях должен быть отдан увеличению эффективности использования электроэнергии, а не росту мощности электростанций.

Возможности для более эффективного использования электроэнергии имеются, и немалые. Одна из них связана с освещением, на которое тратится около 25% всей производимой электроэнергии. В настоящее время в ряде стран разработаны компактные люминесцентные лампы, которые потребляют на 80% меньше электроэнергии, чем лампы накаливания. Стоимость таких ламп значительно превышает стоимость обычных, но окупаются они быстро. Наряду с этим самые простые меры по экономному применению освещения в домах и производственных помещениях способны дать немалый эффект. Не надо оставлять включёнными без нужды лампы, следует стремиться к тому, чтобы освещались лишь рабочие участки и т. д.

Имеется множество других возможностей повышения эффективности использования электроэнергии в быту: в холодильниках, телевизорах, компьютерах и т. д.

Сэкономленные средства можно использовать для разработки устройств, преобразующих солнечную энергию в электрическую. Большие надежды возлагаются учёными на получение энергии с помощью управляемых термоядерных реакций. Такие устройства не будут представлять столь большой опасности, как обычные атомные электростанции.

? 1. Для уменьшения потерь на выделение теплоты в линии электропередачи повышают напряжение, уменьшая силу тока. Не противоречит ли это формуле $Q = \frac{U^2}{R}t$?

2. Почему потери электроэнергии, вызванные коронным разрядом, больше при передаче её переменным током, чем при передаче постоянным?

§ 3.13. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задачи на материал данной главы имеют электротехническое содержание. Они подробно рассматриваются в курсах электротехники. Мы ограничимся рассмотрением нескольких простых задач, для решения которых необходимо знать формулу (3.2.2), выражающую зависимость между частотой ЭДС, наводимой в генераторе, частотой вращения ротора и числом пар полюсов в нём; формулу (3.3.10) коэффициента трансформации трансформатора и формулу (3.3.15) КПД трансформатора. Надо хорошо разбираться в схемах выпрямления переменного тока. Следует знать способы соединения обмоток в генераторе трёхфазного тока, а также способы соединения потребителей энергии при их включении в цепь трёхфазного тока. Необходимо усвоить соотношения между линейным и фазным напряжениями при соединении обмоток генератора трёхфазного тока звездой и треугольником [формулы (3.6.5) и (3.6.6)] и соотношения между силами линейных и фазных токов при включении потребителей трёхфазного тока звездой и треугольником [формулы (3.7.1) и (3.7.4)]; формулу (3.7.6) мощности трёхфазного тока. Надо уметь строить векторные диаграммы.

Задача 1

Первичная обмотка трансформатора находится под напряжением $U_1 = 220$ В, сила тока в ней $I_1 = 0{,}55$ А. Вторичная обмотка питает лампу накаливания. Напряжение на за-

жимах лампы $U_2 = 12$ В, а сила тока, протекающего через неё, $I_2 = 3{,}6$ А. Коэффициент полезного действия трансформатора равен $\eta = 0{,}65$. Найдите сдвиг фаз φ_1 между колебаниями силы тока и напряжения в первичной обмотке трансформатора.

Решение. Мощность, потребляемая первичной обмоткой трансформатора,

$$P_1 = I_1 U_1 \cos\varphi_1.$$

Мощность, отдаваемая трансформатором лампе (полезная мощность), равна:

$$P_2 = I_2 U_2 \cos\varphi_2.$$

Коэффициент полезного действия трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_{Â}U\ \cos\varphi}{I_{Â}U\ \cos\varphi}.$$

Здесь $\cos\varphi_2 = 1$, так как лампа обладает только активным сопротивлением. Следовательно,

$$\cos\varphi_1 = \frac{I_2 U_2}{I_1 U_1} = 0{,}55.$$

Отсюда $\varphi_1 = 56{,}7°$.

Задача 2

На какие пробивные напряжения должны быть рассчитаны конденсатор C и диод D, если выпрямитель (рис. 3.39) может работать как под нагрузкой, так и без неё?

Решение. В течение полупериода, когда лампа оказывается включённой в прямом направлении, конденсатор заряжается до амплитудного напряжения городской сети, равного $127\sqrt{2}$ В $= 180$ В. Когда диод заперт (не проводит ток), он находится под напряжением сети (с амплитудой 180 В) и напряжением заряженного конденсатора (тоже равного 180 В). Изменение потенциала вдоль цепи в этот момент времени изображено на рисунке 3.40.

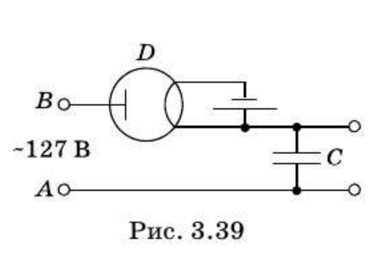


Рис. 3.39

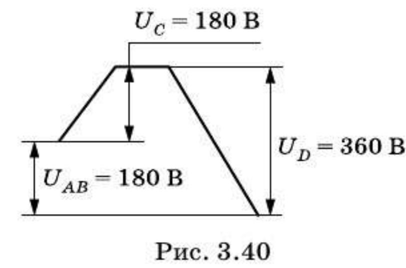


Рис. 3.40

Если выпрямитель работает без нагрузки, то конденсатор должен рассчитываться на пробивное напряжение, не меньшее 180 В, а диод — на напряжение, не меньшее 360 В.

Задача 3

Фазное напряжение генератора трёхфазного тока $U_ф = 125$ В. Потребитель энергии включён звездой. Все его фазы обладают активными сопротивлениями: $R_A = R_B = 12{,}5$ Ом, $R_C = 25$ Ом. Определите силу тока в нейтральном проводе.

Решение. Согласно закону Ома

$$I_A = I_B = \frac{U_Ф}{R_A} = 10 \text{ А}, \; I_C = \frac{U_Ф}{R_C} = 5 \text{ А}.$$

Силу тока в нулевом проводе найдём графическим методом.

На рисунке 3.41, *а* построены векторы фазных напряжений и фазных сил токов (векторы сил фазных токов и векторы соответствующих фазных напряжений совпадают по направлению, так как нагрузка каждой фазы активная). Складывая векторы сил фазных токов (рис. 3.41, *б*), получим силу тока в нейтральном проводе $I_O = 5$ А. Сила тока в нулевом проводе отстаёт по фазе от напряжения U_A на угол $\varphi = 60°$.

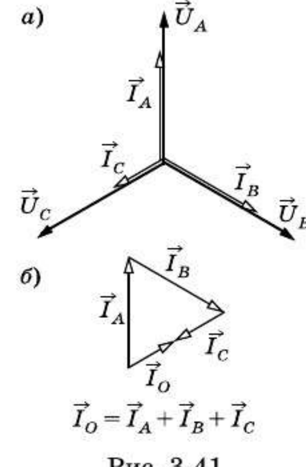


Рис. 3.41

Задача 4

К трёхфазной сети трёхфазного тока (рис. 3.42) с напряжением $U_л = 120$ В присоединены потребители энергии,

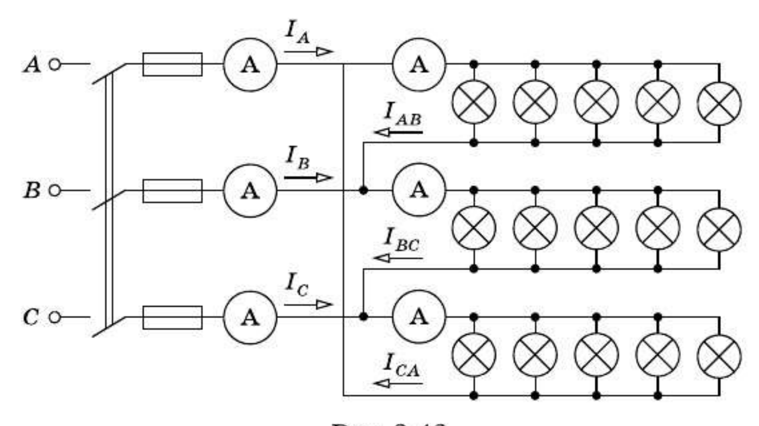


Рис. 3.42

имеющие сопротивления $R_{AB} = 10$ Ом, $R_{BC} = R_{CA} = 20$ Ом. Определите, под каким напряжением будут находиться потребители при перегорании предохранителя в проводе B.

Решение. При перегорании предохранителя потребители AB и BC окажутся соединёнными последовательно и включёнными на линейное напряжение $U_л = 120$ В. Силы токов I_{AB} и I_{BC} равны:

$$I_{AB} = I_{BC} = \frac{U_{AC}}{R_{AB} + R_{BC}} = 4 \text{ А}.$$

Напряжения на зажимах потребителей:

$$U'_{AB} = I_{AB} R_{AB} = 40 \text{ В};$$

$$U'_{BC} = I_{BC} R_{BC} = 80 \text{ В};$$

$$U_{CA} = U_л = 120 \text{ В}.$$

Задача 5

Двухпроводная линия электропередачи может работать при двух различных напряжениях генератора U_1 и U_2 и сопротивлениях нагрузки R_1 и R_2. Отношение потерь мощности на подводящих проводах для этих случаев равно α. Определите отношение напряжений U_2/U_1 при условии, что мощность, отдаваемая генератором, в обоих случаях одинакова.

Решение. Сопротивление подводящих проводов $R_{пр}$ в обоих случаях одно и то же. Мощность, теряемая в проводах,

$$P_1 = I^2 R_{пр} = \frac{U^2}{(R + R_{пр})^2} R_{пр},$$

где I — сила тока в цепи. Отношение потерь мощности:

$$\frac{U_1^2}{(R + R_{пр})^2} R_{пр} : \frac{U_2^2}{(R + R_{пр})^2} R_{пр} = \alpha,$$

или

$$\frac{U_1^2 (R_2 + R_{пр})^2}{U_2^2 (R_1 + R_{пр})^2} = \alpha. \qquad (3.13.1)$$

Полная мощность, отдаваемая генератором, равна:

$$P = UI = \frac{U^2}{R + R_{\text{пр}}}.$$

По условию задачи в обоих случаях генератор отдаёт одну и ту же мощность:

$$\frac{U_1^2}{R_1 + R_{\text{пр}}} = \frac{U_2^2}{R_2 + R_{\text{пр}}}.$$

Отсюда

$$\frac{R_2 + R_{\text{пр}}}{R_1 + R_{\text{пр}}} = \frac{U_2^2}{U_1^2}. \qquad (3.13.2)$$

Подставляя выражение для отношения сопротивлений (3.13.2) в уравнение (3.13.1), получим:

$$\frac{U_2^2}{U_1^2} = \alpha.$$

Следовательно, $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\alpha}$.

УПРАЖНЕНИЕ 3

1. С какой частотой должен вращаться ротор генератора, чтобы частота вырабатываемого переменного тока была 50 Гц, если число пар полюсов равно 3; 4; 6; 10? С какой частотой вращаются роторы генераторов на Волжской ГЭС, если число пар полюсов в этих генераторах равно 44?
2. Чтобы узнать, сколько витков содержат первичная и вторичная обмотки трансформатора, не вскрывая катушек, поверх вторичной обмотки намотали 60 витков провода. После включения первичной обмотки в сеть с напряжением 124 В* при помощи вольтметра обнаружили, что на концах обмотки с 60 витками имеется напряжение 16 В, а на концах вторичной обмотки — напряжение 40 В. Сколько витков содержится в первичной обмотке и сколько во вторичной?

---

* Здесь и далее даются действующие значения напряжения и силы тока.

3. Вторичная обмотка трансформатора, имеющая $N_2 = 100$ витков, пронизывается магнитным потоком, изменяющимся со временем по закону $\Phi = 0{,}01\cos 314t$ (в единицах СИ). Определите зависимость ЭДС индукции во вторичной обмотке от времени и найдите действующее значение этой ЭДС.

4. От середины катушки с железным сердечником (обмотка — толстый медный провод с большим числом витков) сделан отвод C (рис. 3.43). Один раз между точками B и C включён источник постоянного напряжения U_1. Другой раз к этим точкам приложено переменное напряжение с амплитудой U_1. Найдите напряжение U_2 между точками A и B в первом случае и амплитуду переменного напряжения U_2' между точками A и B во втором случае.

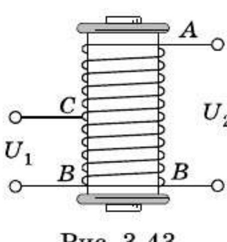


Рис. 3.43

5. Первичная обмотка повышающего трансформатора с коэффициентом трансформации $K = 10$ включена в сеть переменного тока с напряжением $U_1 = 220$ В. Сопротивление вторичной обмотки $r = 1{,}2$ Ом. Сила тока во вторичной цепи $I_2 = 5$ А. Определите сопротивление R нагрузки трансформатора и напряжение U_2 на зажимах вторичной обмотки. Потерями энергии в первичной цепи пренебречь.

6. Обмотка лабораторного регулировочного автотрансформатора (ЛАТР) намотана на железном сердечнике, имеющем форму прямоугольного тороида (рис. 3.44). Для защиты от вихревых токов (токов Фуко) сердечник набирают из тонких железных пластин, изолированных друг от друга слоем лака. Это можно сделать различными способами: 1) набирая сердечник из тонких колец, положенных стопкой одно на другое; 2) свёртывая в рулон длинную ленту, имеющую ширину h; 3) собирая сердечник из прямоугольных пластин размером $l \times h$ (см. рис. 3.44). Какой способ лучше?

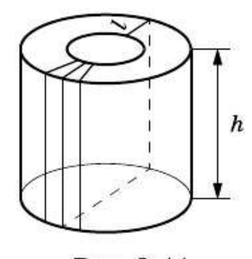


Рис. 3.44

7. Амплитудные значения ЭДС в каждой из обмоток генератора трёхфазного тока равны 310 В. Каковы мгновенные

значения каждой ЭДС в момент, когда фаза первой ЭДС равна $\pi/6$?

8. В генераторе трёхфазного тока в каждой фазной обмотке статора индуцируется ЭДС с амплитудным значением, равным 5400 В. Обмотки генератора соединены звездой. Определите действующие значения фазного и линейного напряжений.

9. В паспорте двигателя трёхфазного тока в числе прочих сведений написано: «△/Y 220/380». Что означает эта запись? Как надо соединить обмотки этого двигателя при включении его в сеть с линейным напряжением 220 В; 380 В? Как будет работать двигатель, если в каждом из этих случаев осуществить (по ошибке) не то соединение?

10. На щитках генераторов, трансформаторов, двигателей трёхфазного тока клеммы шести выводных проводов трёхфазных обмоток располагаются в порядке, указанном на рисунке 3.45. Буквами A и X, B и Y, C и Z обозначены начала и концы соответственно 1, 2 и 3-й фазных обмоток. Какие удобства при переключении с треугольника на звезду и обратно даёт такое расположение клемм на щитке? Покажите на рисунках соединения звездой и треугольником.

11. Почему при пуске асинхронного трёхфазного электродвигателя иногда его включают в сеть трёхфазного тока сначала на звезду, а когда двигатель наберёт достаточное число оборотов, его переключают на треугольник? Нарисуйте схему такого переключения.

12. Магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ вращается в плоскости чертежа с угловой скоростью ω. В этом поле находится рамка, стороны которой равны a и b. Активное сопротивление рамки равно R. Нормаль к плоскости рамки враща-

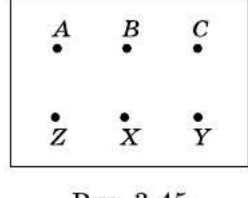


Рис. 3.45

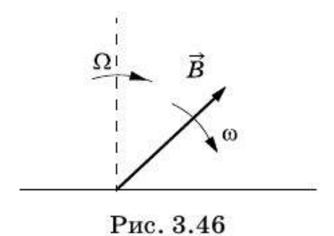


Рис. 3.46

ется в плоскости чертежа с угловой скоростью Ω (рис. 3.46). Найдите силу тока, индуцированного в рамке.

13. Найдите момент сил, приложенных к рамке (см. задачу 12).

14. В трёхфазном трансформаторе число витков на фазу первичной обмотки $N_1 = 2080$, вторичной — $N_2 = 80$. Первичное линейное напряжение $U_1 = 3300$ В. Определите вторичные линейные напряжения, коэффициенты трансформации фазных и линейных напряжений при следующих соединениях обмоток: а) $\curlyvee/\curlyvee$; б) $\curlyvee/\triangle$; в) $\triangle/\curlyvee$; г) $\triangle/\triangle$.

15. По двухпроводной линии от электростанции к потребителю необходимо передать электрическую мощность $P = 66$ кВт. Один раз эта мощность была передана при напряжении 2200 В, другой раз — при напряжении 22 000 В. Сопротивление линии $R = 4$ Ом. Определите, сколько процентов составляет мощность, теряемая в проводах ЛЭП, от переданной мощности в обоих случаях.

16. Найдите мощность, теряемую в проводах, идущих от станции к потребителю, при следующих данных: передаваемая мощность $P = 100$ кВт, напряжение на станции $U = 220$ В, сопротивление проводов $R = 0{,}05$ Ом, сдвиг фаз между силой тока и напряжением $\varphi = 30°$.

17. При передаче электроэнергии на большое расстояние используется повышающий трансформатор, нагруженный до номинальной мощности $P = 1000$ кВт. При этом ежесуточная потеря энергии на линии электропередачи составляет $\Delta W_п = 215$ кВт·ч. Во сколько раз необходимо повысить выходное напряжение, чтобы при передаче электроэнергии потери не превышали 0,1% ?

18. На первичную обмотку трансформатора подаётся напряжение 3600 В. Вторичная обмотка питает потребителя мощностью 25 кВт при напряжении 220 В и $\cos\varphi = 1$. Определите сопротивление подводящих проводов, если коэффициент трансформации равен 15.

19. Какова мощность гидроэлектростанции, если плотина поднимает уровень воды на 100 м и расход воды составляет 540 м^3/с? КПД станции равен 94% .

1. Подготовьте дискуссию «Использование механической энергии, внутренней энергии, электрической энергии: преимущества и недостатки».
2. Напишите эссе «Генераторы-устройства и генераторы-люди».
3. Сконструируйте в условиях кабинета физики простейшую модель генератора переменного тока.
4. Подготовьте доклад «КПД различных электростанций».
5. Подготовьте фотоальбом «Использование электроэнергии» (на материале собственных фотографий).
6. Подготовьте дискуссию «Эффективность использования электрической энергии: Россия и Европа».
7. Напишите эссе «Будущего нет — оно делается нами (Л. Толстой)» в аспекте эффективного использования электрической энергии и существующих экологических проблем.

Глава 4

МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ. ЗВУК

Каждый из нас наблюдал, как от камня, брошенного на спокойную поверхность пруда или озера, кольцами разбегаются волны (рис. 4.1). *Многие следили за морскими волнами, набегающими на берег. Все читали или слышали рассказы о чудовищной силе морских волн, раскачивающих большие корабли. Однако при наблюдении этих явлений не всем приходит в голову, что звук всплеска воды доносится до нашего уха волнами, распространяющимися в том воздухе, которым мы дышим, что свет, благодаря которому мы видим, тоже представляет волновое движение. Волновые процессы чрезвычайно широко рас-*



Рис. 4.1

пространены в природе. Одни волны мы видим, но не слышим; другие слышим, но не видим; существуют волны, которые не видны и не слышны, но с их помощью можно и видеть и слышать. Наконец, существуют квантово-механические волны вероятности, связанные с движением электронов и других элементарных частиц. Мы лишены возможности представить их себе наглядно.

Различны физические причины, вызывающие волновые движения. Но подобно колебаниям все виды волн описываются количественно одинаковыми или почти одинаковыми уравнениями. Многие трудные для понимания вопросы становятся более ясными, если сравнивать различные волновые явления друг с другом.

§ 4.1. ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Что же называется волной? Почему возникают волны?

Отдельные частицы любого тела — твёрдого, жидкого или газообразного — взаимодействуют друг с другом. Поэтому, если в каком-либо участке упругой среды возникнет деформация, то по прекращении внешних воздействий она не останется на месте, а начнёт распространяться в среде во всех направлениях.

Изменение состояния среды, распространяющееся в пространстве с течением времени, называется волной.



В воздухе, в твёрдых телах и внутри жидкостей механические волны возникают благодаря силам упругости (*упругие волны*). Эти силы осуществляют связь между отдельными частями тела. В образовании волн на поверхности воды играют роль сила тяжести и сила поверхностного натяжения (поверхностные волны).

Волновой импульс и гармонические волны

Волны могут иметь различную форму. *Волновым импульсом* (*или одиночной волной*) *называется сравнительно короткое возмущение* (*всплеск*) *произвольной формы.* Такой импульс возникает, например, в резиновом шнуре, привязанном к стенке, если взмахнуть один раз рукой, держащей противоположный конец растянутого шнура (рис. 4.2).

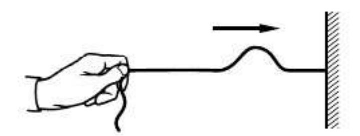


Рис. 4.2

Если возмущение среды вызывается периодической внешней силой,

меняющейся со временем по гармоническому закону, то вызываемые ею волны называют *гармоническими*. В этом случае в каждой точке среды происходят гармонические колебания с частотой внешнего воздействия. Мы будем преимущественно рассматривать гармонические волны или волны, близкие к гармоническим. Это наиболее простой вид волнового движения. Исследование гармонических волн имеет первостепенное значение при построении теории любого волнового движения.

Главная особенность волнового движения

Наглядное представление об основных особенностях волнового движения можно получить, если рассматривать волны на поверхности воды. Волны имеют вид бегущих вперёд округлых валов (рис. 4.3). Расстояния между валами, или гребнями, примерно одинаковы. Однако если бросить в воду лёгкий предмет, например спичечный коробок, то он не будет увлекаться вперёд волной, а начнёт совершать колебания вверх и вниз, оставаясь почти точно на одном месте*.



Рис. 4.3

* Детальные исследования показывают, что частицы воды не колеблются на одном месте, а совершают более сложное движение. Однако и волны на поверхности воды подчиняются общим для всех волн закономерностям.

При распространении волны происходит *передвижение формы* (перемещение определённого состояния колеблющейся среды), но *не перенос вещества, в котором распространяется волна*. Возникшие в одном месте возмущения воды, например от брошенного камня, передаются соседним участкам и постепенно распространяются во все стороны. Течения же воды не возникает: перемещается лишь форма её поверхности.

Скорость волны

Важнейшей характеристикой волны является скорость её распространения. Волны любой природы не распространяются в пространстве мгновенно. Их *скорость конечна*. Можно себе представить, например, что над морем летит чайка так, что она всё время оказывается над одним и тем же гребнем волны. Скорость волны в этом случае будет равна скорости чайки. Волны на поверхности воды удобны для наблюдения по той причине, что скорость их распространения невелика.

Поперечные и продольные волны

Нетрудно также наблюдать волны, распространяющиеся вдоль резинового шнура. Если один конец шнура закрепить и, слегка натянув шнур рукой, привести другой его конец в колебательное движение, то по шнуру побежит волна (рис. 4.4). Скорость волны будет тем больше, чем сильнее натянут шнур. Волна добежит до точки закрепления, отразится и побежит назад. Здесь при распространении волны происходят изменения формы шнура. Каждый же участок шнура колеблется относительно своего неизменного положения равновесия. Обратите внимание на то, что при распространении волны вдоль шнура отдельные его участки совершают колебания в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны (рис. 4.5). Такие волны называются *поперечными*.

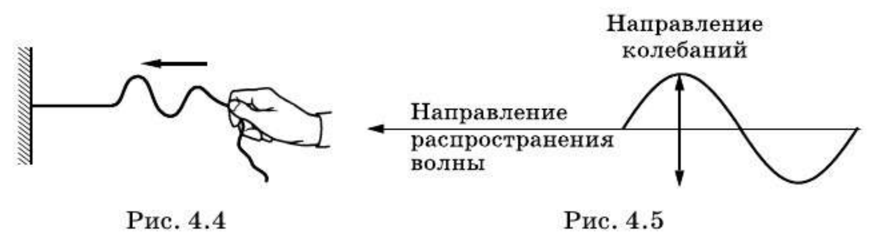


Рис. 4.4 Рис. 4.5

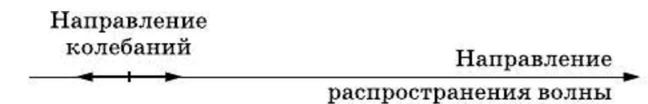


Рис. 4.6

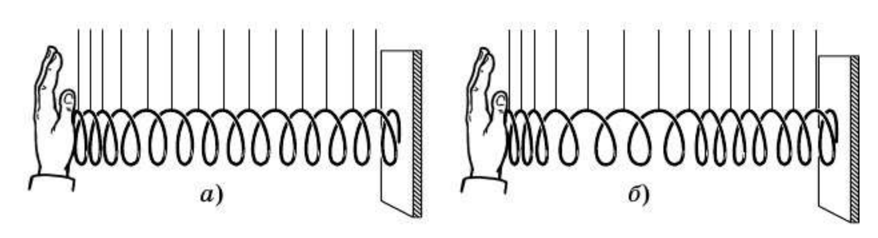


Рис. 4.7

Но не любая волна является поперечной. Колебания могут происходить и вдоль направления распространения волны (рис. 4.6). Тогда волна называется *продольной*. Продольную волну удобно наблюдать с помощью длинной мягкой пружины большого диаметра. Ударив ладонью по одному из концов пружины (рис. 4.7, *а*), можно заметить, как сжатие (упругий импульс) бежит по пружине. С помощью серии последовательных ударов можно возбудить в пружине волну, представляющую собой последовательные сжатия и растяжения пружины, бегущие друг за другом (рис. 4.7, *б*). Колебания любого витка пружины происходят в направлении распространения волны.

Из механических волн наибольшее значение имеют звуковые волны. Однако исследование звуковых волн представляет собой более сложную задачу, чем исследование волн, распространяющихся вдоль шнура или пружины. Мы займёмся ими детально в дальнейшем.

Энергия волны

При распространении волны происходит передача движения от одного участка тела к другому. С передачей движения волной связана передача энергии без переноса вещества. Энергия поступает от источника, возбуждающего колебания начала шнура, струны и т. д., и распространяется вместе с волной. Эта энергия, например, в шнуре слагается из кинетической энергии движения участков шнура и потенциальной энергии его упругой деформации.

Энергия волны от брошенного в воду камня увеличивает кинетическую энергию поплавка на поверхности воды, мо-

жет увеличить и потенциальную энергию щепки, плавающей у берега.

При распространении волны происходит постепенное уменьшение амплитуды колебаний из-за превращения части механической энергии во внутреннюю. Если этими потерями можно пренебречь, то через поперечное сечение, например шнура, будет проходить в единицу времени одно и то же количество механической энергии*.

Электромагнитные волны

Механические волны распространяются в веществе: газе, жидкости или твёрдом теле. Существует, однако, ещё один вид волн, которые не нуждаются в каком-либо веществе для своего распространения. Это электромагнитные волны, к которым, в частности, относятся радиоволны и свет. Электромагнитное поле может существовать в вакууме (в пустоте), т. е. в пространстве, не содержащем атомов. Несмотря на всю необычность этих волн, на их резкое отличие от механических волн, электромагнитные волны при своём распространении ведут себя подобно механическим. В частности, электромагнитные волны также распространяются с конечной скоростью и несут с собой энергию. Это важнейшие свойства всех видов волн.

? **1.** Каковы особенности волнового движения?
2. Какие волны называют поперечными/продольными?

§ 4.2. ПОПЕРЕЧНЫЕ ВОЛНЫ

Рассмотрим процесс распространения волны более детально. Проследим за движением отдельных частиц вещества при волновом движении. Сначала рассмотрим поперечную волну, такую, например, которая распространяется вдоль резинового шнура.

Проще всего иметь дело не с самим резиновым шнуром, а с его упрощённой моделью.

Каждый участок шнура обладает массой и упругостью. При деформации шнура в каждом его сечении появляются силы упругости. Вместо реального шнура возьмём цепочку одинаковых металлических шаров, подвешенных на нитях.



* Представление о распространении энергии было впервые введено русским учёным Н. А. Умовым (1846—1915).

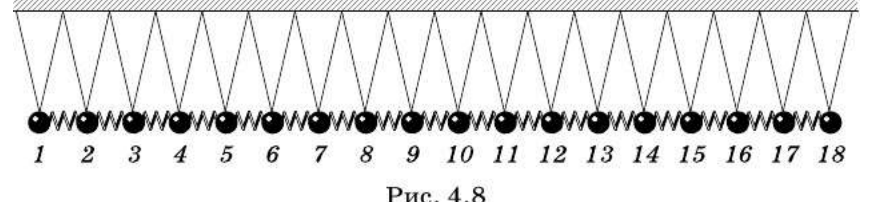


Рис. 4.8

Шары связаны между собой пружинами (рис. 4.8). Масса пружин много меньше массы шаров. В этой модели инертные (масса) и упругие свойства шнура разделены: масса сосредоточена в основном в шарах, а упругость — в пружинах. Это разделение несущественно при исследовании волнового движения.

Если отклонить левый крайний шар в горизонтальной плоскости, то пружина деформируется, и на шар *2* начнёт действовать сила упругости, заставляя его отклоняться в ту же сторону, в которую был отклонён шар *1*. Чем больше масса шара, тем медленнее он будет набирать скорость под действием силы. Вследствие этого движение шара *2* не будет происходить согласованно с движением шара *1*. Чем больше массы шаров, тем больше шар *2* отстаёт в своём движении от шара *1*. Существенна здесь ещё и жёсткость пружины. Чем больше жёсткость пружины, тем больше сила упругости при данной деформации и, следовательно, шар *2* быстрее будет набирать скорость. Его движение, повторяющее движение шара *1*, меньше будет запаздывать по времени.

Если шар *1* заставить совершать периодическое движение (просто рукой или с помощью какого-либо механизма, превращающего вращательное движение в колебательное), то шар *2* тоже придёт в колебательное движение вслед за шаром *1*, но с некоторым отставанием по фазе. Шар *3* под влиянием силы упругости, действующей на него со стороны шара *2*, тоже начнёт колебаться, ещё более отставая по фазе, и т. д. Наконец, все шары станут колебаться с одной и той же частотой, но с различными фазами. При этом вдоль цепочки шаров побежит поперечная волна. Проследим, как она образуется.

Пусть, к примеру, цепочка содержит 18 шаров. В начальный момент все они покоятся (рис. 4.9, *а*). Шар *1* приводится в колебательное движение с периодом T и амплитудой s_m. По истечении времени $\frac{T}{4}$ он отклонится от положения равновесия на расстояние s_m. При этом он вовлекает в движение шар

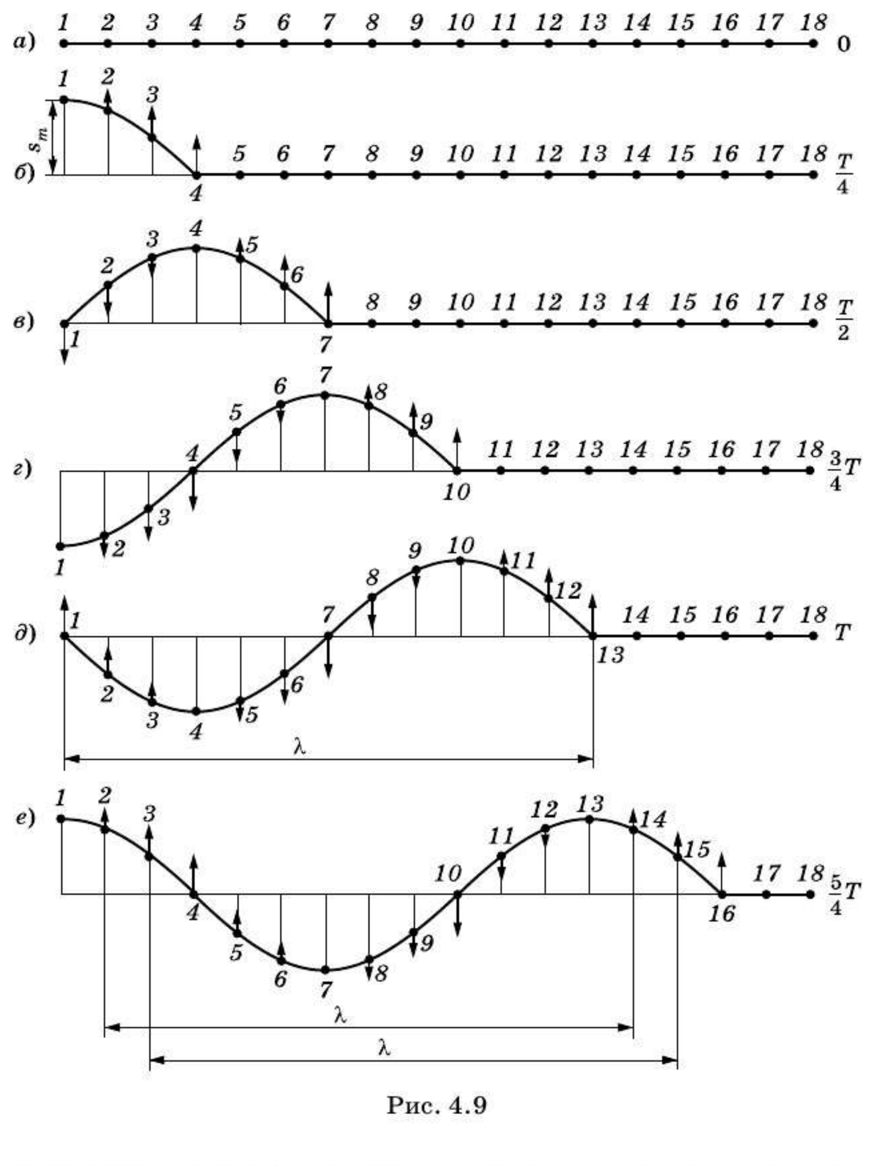


Рис. 4.9

2, а шар *2* вовлекает шар *3* и т. д. Когда шар *1* достигает максимального отклонения от положения равновесия, шар *2* его ещё не достигнет, а шар *3* сместится от положения равновесия лишь на небольшое расстояние, шар *4* вообще ещё не успеет сдвинуться с места (рис. 4.9, *б*). В момент времени $t = \frac{T}{4}$ он только начнёт движение. На рисунке 4.9, *б* и на всех последующих стрелки у шаров — это векторы скорости дви-

жения шаров в соответствующие моменты времени (вид сверху). Конечно, совсем не обязательно, чтобы именно шар *4* начинал своё движение спустя четверть периода. Это может быть и шар *5*, и шар *6* или ещё более далёкий шар в цепочке. Всё зависит от масс шаров и упругости пружин, так как именно они определяют скорость распространения колебаний. Мы лишь условно считаем, что в рассматриваемой модели колебания за время $\frac{T}{4}$ распространяются от шара *1* до шара *4*. Если расстояние между соседними шарами l_0, то скорость распространения колебаний равна $\upsilon = \frac{3l_0}{T/4} = \frac{12l_0}{T}$.

Если подобным образом проследить далее за распространением колебаний (рис. 4.9, *в, г*), то можно убедиться в том, что спустя время T после начала процесса шар *1* окажется опять в положении равновесия, а колебания уже достигнут шара *13* (рис. 4.9, *д*). После этого начнётся второй период колебаний (рис. 4.9, *е*).

? **1.** Приведите примеры поперечных волн.

2. Какими свойствами обладают поперечные волны?

§ 4.3. ДЛИНА ВОЛНЫ. СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ

За один период колебания распространились от шара *1* до шара *13* (см. рис. 4.9, *д*). *Расстояние, на которое распространяются колебания за один период, называется длиной волны.* Обозначим длину волны буквой λ.

Заметим, что после того, как колебания достигнут шара *13*, шары *1* и *13* колеблются совершенно одинаково. Когда шар *1* находится в положении равновесия и движется влево (см. рис. 4.9, *д*), то и шар *13* находится в положении равновесия и тоже движется влево. Спустя ещё четверть периода шар *1* оказывается максимально отклонённым влево и в таком же положении находится шар *13* (см. рис. 4.9, *е*). Колебания этих шаров происходят с одинаковыми фазами*. Поэтому **длиной волны можно назвать также наименьшее рас-**

---

* Точнее, колебания шара *13* отстают по фазе от колебаний шара *1* на 2π. Но так как $\sin(\omega t - 2\pi) = \sin \omega t$, то такая разность фаз не приводит к различию в состояниях колеблющихся шаров, и можно говорить, что колебания шаров происходят в одинаковых фазах.

стояние между точками, колеблющимися с одинаковыми фазами. Следовательно, расстояния между шарами *1* и *13*, между шарами *2* и *14*, между шарами *3* и *15* равны длине волны (см. рис. 4.9, *д*, *е*).

При распространении волны разные точки тела (шары в рассматриваемой модели) колеблются с различными фазами, если только расстояние между ними не равно λ. Шары *1* и *7*, находящиеся на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$, колеблются в противоположных фазах: когда шар *1* движется влево, шар *7* смещается вправо, и наоборот.

Поскольку за один период волна распространяется на расстояние, равное длине волны λ, то её скорость определяется формулой

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T}. \qquad (4.3.1)$$

Так как период T и частота ν связаны соотношением $T = \frac{1}{\lambda}$,

то

$$\boxed{\upsilon = \lambda\nu.} \qquad (4.3.2)$$

Скорость распространения волны равна произведению её длины на частоту колебаний.

При распространении волны мы имеем дело с периодичностью двоякого рода. *Во-первых*, каждая частица среды совершает периодические колебания во времени. В случае гармонических колебаний (эти колебания происходят по синусоидальному или косинусоидальному закону; рис. 4.10) частота постоянна и амплитуда одинакова во всех точках. (Смещение колеблющейся точки от положения равновесия обозначено буквой s.) Колебания отличаются только фазами. *Во-вторых*, в данный момент времени форма волны повторяется в пространстве через отрезки длиной λ вдоль линии распространения волны. На рисунке 4.11 показан профиль волны в определённый момент времени (сплошная линия).

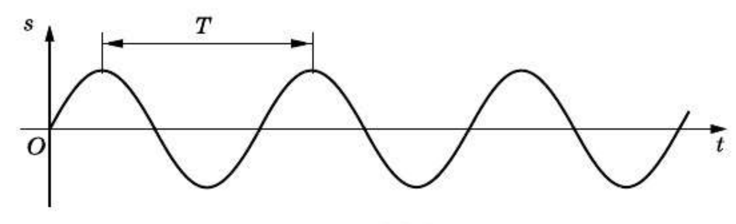


Рис. 4.10

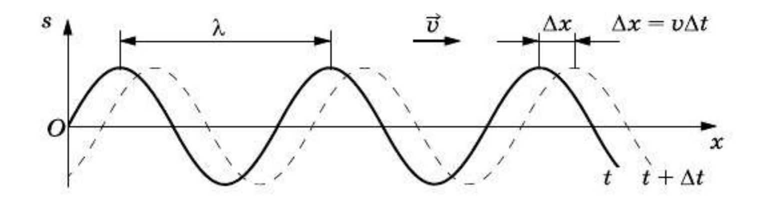


Рис. 4.11

Именно таков приблизительно профиль волны на поверхности воды. С течением времени вся эта картина перемещается со скоростью v слева направо. Спустя промежуток времени $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ волна будет иметь вид, изображённый на рисунке 4.11 пунктиром.

? Графики, изображённые на рисунках 4.10 и 4.11, являются синусоидами. Какой физический смысл имеет каждый из этих графиков?

§ 4.4. ПРОДОЛЬНЫЕ ВОЛНЫ

Воспользуемся опять моделью упругого тела из массивных шаров, связанных пружинами (рис. 4.12). *Но теперь шары подвешены так, что могут колебаться только вдоль цепочки. В начальный момент они занимают положения, показанные на рисунке* 4.13, *а*.

Пусть шар *1* приведён в колебательное движение с периодом T и амплитудой s_m. Спустя четверть периода он сместится вправо на расстояние s_m и с помощью пружины приведёт в движение шар *2*, который, в свою очередь, заставит двигаться шар *3*, и т. д. Но шар *2* начнёт движение позднее шара *1*, шар *3* позднее шара *2* и т. д. Поэтому, когда шар *1* сместится на расстояние s_m, шар *2* сместится от своего положения равновесия на меньшее расстояние, шар *3* — ещё на меньшее, а шар *4* и все последующие вообще пока не начнут двигаться. В результате шары займут положение, указанное на рисунке 4.13, *б*.

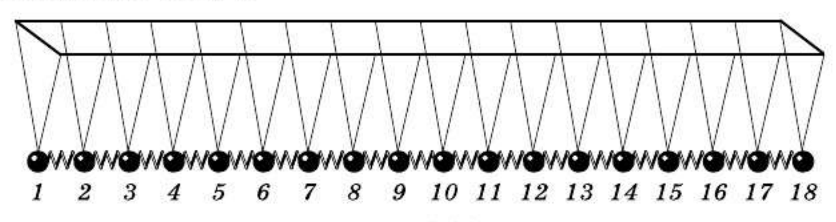


Рис. 4.12

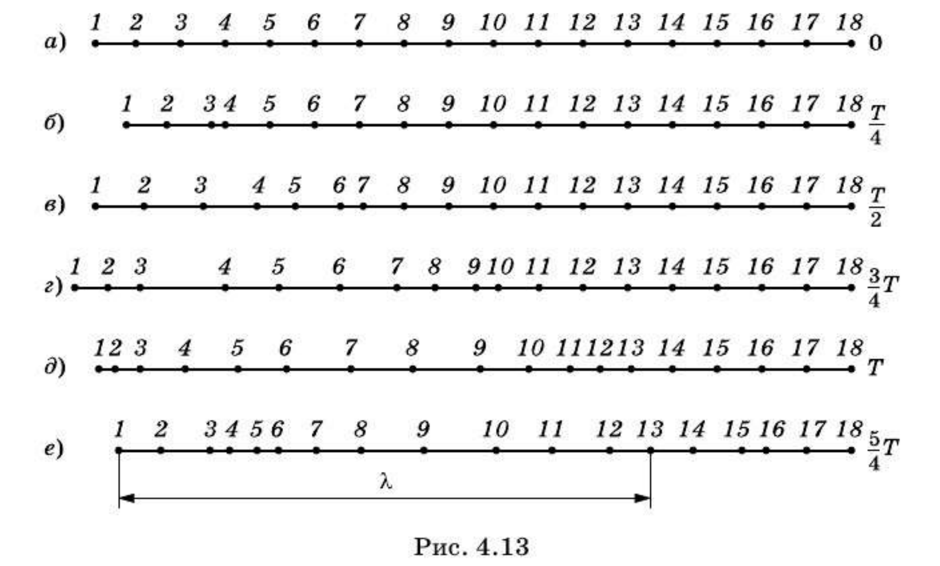


Рис. 4.13

По истечении промежутка времени $\frac{T}{2}$ после начала движения шар *1* опять окажется в положении равновесия, но будет двигаться уже влево (рис. 4.13, *в*). Через промежуток времени, равный $\frac{3}{4}T$, шар *1* будет максимально отклонён влево от положения равновесия (рис. 4.13, *г*).

Следя далее за движением шаров, мы убеждаемся в том, что спустя период T шар *1* не только окажется в положении равновесия, но и будет двигаться в том же направлении, что и в самом начале. Колебания же успеют распространиться до шара *13* (рис. 4.13, *д*).

Опять мы, как и в случае поперечной волны, изображённой на рисунке 4.9, имеем волну, бегущую направо. Но теперь эта волна состоит из *чередующихся уплотнений и разрежений* пружин с шарами. Длина волны равна расстоянию между серединами двух соседних уплотнений или разрежений. Шары *1* и *13* колеблются с одинаковыми фазами. Расстояние между ними как раз равно длине волны. То же самое можно сказать о шарах *2* и *14*, *3* и *15* и т. д. (рис. 4.13, *е*).

Для скорости продольной волны справедлива та же формула (4.3.2), что и в случае поперечной волны: $\upsilon = \lambda\nu$.



? **1.** Приведите примеры продольных волн.

2. Какими свойствами обладают продольные волны?



§ 4.5. УРАВНЕНИЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

Найдём уравнение, описывающее колебательный процесс в любой точке пространства при распространении гармонической волны. Для определённости будем рассматривать волну, бегущую по длинному тонкому резиновому шнуру.

Ось X направим вдоль шнура, а начало отсчёта свяжем с левым концом шнура (см. рис. 4.11). Смещение любой колеблющейся точки шнура от положения равновесия обозначим буквой s. Для описания волнового процесса необходимо знать значение s в любой точке шнура в любой момент времени, а следовательно, знать вид функции $s = s(x, t)$.

Заставим конец шнура (точка $x = 0$) совершать гармонические колебания с частотой ω. Колебания этой точки будут происходить по закону

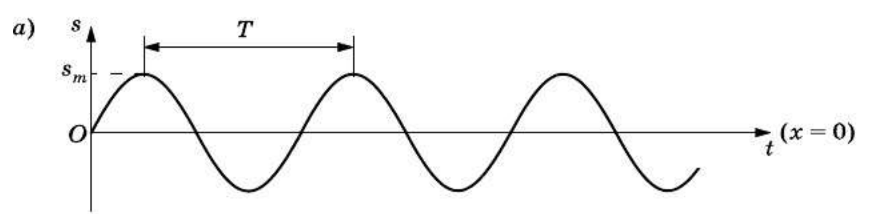
$$s = s_m \sin \omega t, \tag{4.5.1}$$

если начальную фазу колебаний считать равной нулю. Здесь s_m — амплитуда колебаний (рис. 4.14, *а*).

Колебания распространяются вдоль шнура (оси X) со скоростью v и в произвольную точку шнура с координатой x придут спустя время

$$\tau = \frac{x}{v}. \tag{4.5.2}$$

Эта точка также начнёт совершать гармонические колебания с частотой ω, но с запаздыванием на время τ (рис. 4.14, *б*). Если пренебречь затуханием волны по мере её распростране-



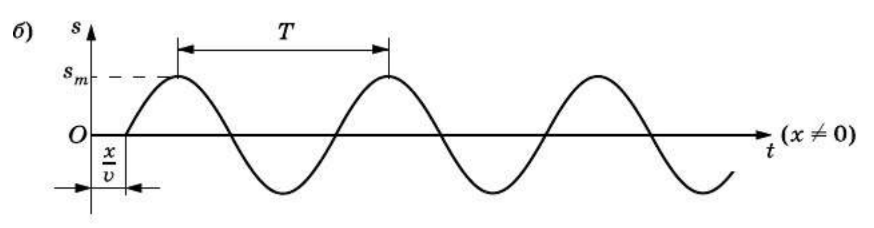


Рис. 4.14

ния, то колебания в точке x будут происходить с той же амплитудой s_m, но с другой фазой:

$$s = s_m \sin [\omega(t - \tau)] = s_m \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]. \qquad (4.5.3)$$

Это и есть *уравнение бегущей волны**, распространяющейся в положительном направлении оси X. В случае, когда начальная фаза колебаний в точке $x = 0$ равна не нулю, а произвольной величине φ_0, уравнение бегущей волны запишется так:

$$s = s_m \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]. \qquad (4.5.4)$$

Амплитуда колебаний s_m называется амплитудой волны. Величину, стоящую под знаком синуса, называют фазой волны. В общем случае фаза волны равна:

$$\varphi = \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0. \qquad (4.5.5)$$

Разумеется, вместо синуса при записи уравнения бегущей волны мы могли бы использовать и косинус. Замена синуса на косинус эквивалентна изменению начальной фазы на $\pi/2$.

Выражение (4.5.5) для фазы волны можно преобразовать, если выразить циклическую частоту колебаний ω через частоту ν или период T, а скорость волны v заменить её значением согласно формуле (4.3.2). Для случая $\varphi_0 = 0$ получим:

$$\varphi = \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = 2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \qquad (4.5.6)$$

Уравнение (4.5.3) бегущей гармонической волны примет при этом форму:

$$s = s_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \qquad (4.5.7)$$

В этой форме записи отчётливо видно, что функция $s(x, t)$ обладает периодичностью двоякого рода. Она периодична по времени при фиксированном x (период равен периоду колебаний T, см. рис. 4.14) и периодична по пространству при фиксированном моменте времени (период равен длине волны λ, см. рис. 4.11). Это означает, что при замене $t \to t + T$ или $x \to x + \lambda$ смещение s от положения равновесия, согласно уравнению (4.5.7), остаётся одним и тем же.

---

* Волна называется бегущей по той причине, что, как мы увидим в следующем параграфе, существуют и стоячие волны, у которых максимумы и минимумы колебаний не перемещаются с течением времени.

Итак, в бегущей волне все точки среды (участки шнура) совершают вынужденные колебания с одним и тем же периодом, но с различными фазами. Две точки с координатами x_1 и x_2 имеют разность фаз

$$\Delta\varphi = \varphi(x_2) - \varphi(x_1) = 2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda}. \qquad (4.5.8)$$

При $x_2 - x_1 = \lambda$ разность фаз равна 2π. Точки колеблются синфазно. Если $x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}$, то колебания происходят в противофазе.

Надо отметить, что строго гармонических волн не существует. Из-за неизбежных потерь механической энергии амплитуда колебаний постепенно уменьшается по мере распространения волны от источника возбуждения колебаний. Можно приближённо говорить о гармонической волне в том случае, когда затухание бегущей волны на одной длине волны очень мало и по всей длине шнура укладывается много длин волн. Уравнение (4.5.3) описывает процессы не только в поперечной волне, но и в продольной, например в длинном упругом стержне. При этом $s(x, t)$ по-прежнему имеет смысл смещения колеблющихся частей стержня от положения равновесия. Эти смещения в продольной волне происходят вдоль направления распространения волны (оси X).

§ 4.6. СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ

Рассматривая волну, бегущую по резиновому шнуру, мы как бы считали, что этот шнур не имеет второго конца. Но конец-то на самом деле есть. Пусть этот конец закреплён на жёсткой стенке. Что при этом будет происходить?

Образование стоячей волны

Проще всего выяснить это, если послать вдоль шнура единичный импульс, взмахнув один раз рукой, и посмотреть, что произойдёт (см. рис. 4.2). Изгиб шнура (единичный импульс) добежит до стенки, отразится и побежит назад (рис. 4.15). Причём вследствие затухания величина импульса постепенно уменьшается.

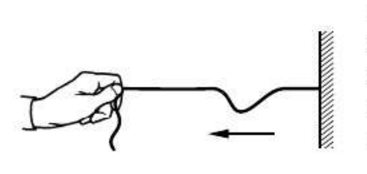


Рис. 4.15

Если левый (по рисунку) конец шнура заставить совершать гармо-

нические колебания, то по шнуру побежит волна, и, достигнув стенки, волна будет от неё отражаться. Каждый очередной изгиб шнура отражается подобно единичному импульсу, и от стенки побежит отражённая волна навстречу волне, бегущей к стенке. В результате на любом участке шнура встречаются две волны, бегущие в противоположные стороны. Вызванные ими колебания складываются. Частоты этих колебаний одинаковы, а амплитуды почти одинаковы, если затухание колебаний вдоль шнура невелико. Но фазы колебаний различны. Ведь волна, бегущая от левого конца шнура, или, как её ещё называют, падающая волна, и волна, отражённая от стенки, проходят различные пути до данного участка шнура.

Кроме того, при отражении волны от закреплённого конца шнура происходит изменение фазы волны. Мы видели, что при отражении волнового импульса изменяется знак смещения (см. рис. 4.2 и 4.15). То же самое происходит и при отражении гармонической волны. Изменение знака смещения означает изменение фазы волны на π. Объяснить это можно так: в момент отражения волнового импульса на закреплённый участок шнура действует перпендикулярная к шнуру сила со стороны стенки. Действие этой силы не только удерживает конец шнура в покое, но и порождает отражённую волну со смещением участков шнура в противоположном направлении, как будто по шнуру ударили сверху вниз (см. рис. 4.15).

Изменение фазы волны можно объяснить и по-другому. При отражении волны от закреплённого конца амплитуда колебаний конца равна нулю. Это может быть лишь в том случае, если колебания шнура, вызванные прямой и обратной волной на конце шнура, происходят в противофазе.

На рисунке 4.16 пунктирными линиями изображены положения двух волн, бегущих навстречу друг другу, через промежутки времени, равные четверти периода. За четверть периода каждая из волн перемещается на $\frac{1}{4}\lambda$. Результирующие колебания точек шнура (сплошная линия) возникают вследствие сложения двух колебаний. Если в некоторой точке складываются колебания с одинаковыми фазами, то отклонение этой точки от положения равновесия, вызванное одной волной, прибавляется к такому же отклонению, вызванному другой волной. В результате амплитуда колебаний удваивается. Такие точки называются *пучностями*.

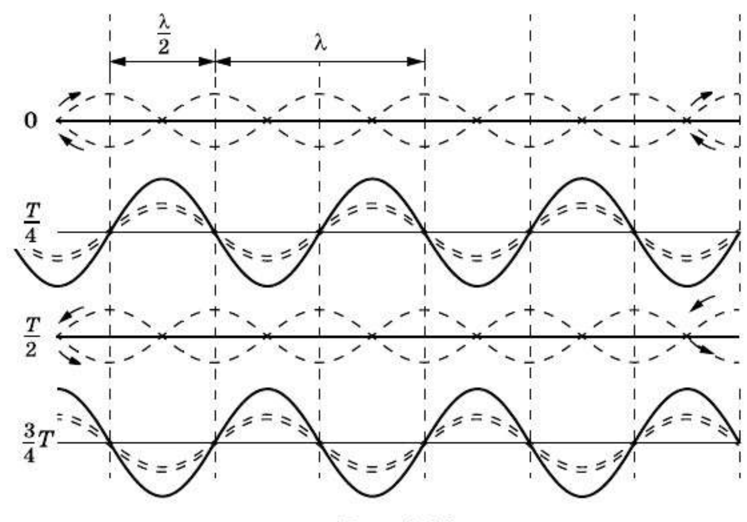


Рис. 4.16

Если же в какой-нибудь точке шнура складываются колебания с противоположными фазами, то точка эта остаётся в покое. Перемещения точки, вызванные падающей и отражённой волнами, направлены в противоположные стороны и вычитаются друг из друга. Такие точки называются *узлами*.

Самое примечательное состоит в том, что узлы и пучности не перемещаются вдоль шнура. Это происходит потому, что разность фаз двух колебаний в пучностях и узлах (равно как и во всех других точках) не меняется со временем. Она зависит только от положения точки на шнуре. В результате распределение смещений точек шнура относительно их положений равновесия в любой момент времени образует волну, которая не перемещается в пространстве. Такая волна называется с т о я ч е й в о л н о й.

Уравнение стоячей волны

Получим уравнение стоячей волны на резиновом шнуре длиной l. Уравнение бегущей волны в направлении оси X, совпадающем с растянутым шнуром, имеет вид:

$$s_1 = s_m \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right). \qquad (4.6.1)$$

Волна проходит от начала шнура (точка $x_0 = 0$) до конца ($x_l = l$) и обратно до точки на расстоянии x от начала шнура путь $2l - x$. Смещения s_2 в отражённой волне вследствие изменения фазы при отражении имеют противоположный

знак по сравнению со смещением s_1 в бегущей волне. Если пренебречь затуханием, то уравнение отражённой волны запишется следующим образом:

$$s_2 = -s_m \sin \omega\left(t - \frac{2l - x}{v}\right). \qquad (4.6.2)$$

Результирующее смещение s произвольной точки шнура с координатой x равно:

$$s = s_1 + s_2 = s_m\left[\sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) - \sin\omega\left(t - \frac{2l - x}{v}\right)\right].$$

Воспользовавшись теоремой о разности синусов, получим *уравнение стоячей волны*:

$$s = 2s_m \sin \omega\frac{l - x}{v}\cos \omega\left(t - \frac{l}{v}\right). \qquad (4.6.3)$$

Модуль максимального смещения различных колеблющихся участков шнура, т. е. амплитуда их колебаний, равен:

$$s_0 = 2s_m\left|\sin \omega\frac{l - x}{v}\right|. \qquad (4.6.4)$$

На конце шнура при $x = l$ амплитуда колебаний равна нулю. Это один из узлов стоячей волны. Следующие узловые точки лежат на расстояниях Δx друг от друга, определяемых условием $\frac{\omega\Delta x}{v} = \pi$. Отсюда

$$\Delta x = \frac{\pi v}{\omega} = \frac{vT}{2} = \frac{\lambda}{2}. \qquad (4.6.5)$$

Между узлами располагаются пучности с максимальной амплитудой колебаний.

Расстояние между соседними узлами (или пучностями) равно половине длины волны (см. рис. 4.16).

Фаза колебаний всех точек между двумя соседними узлами в стоячей волне одинакова. Это означает, что смещение точек между соседними узлами происходит в данный момент времени в одну и ту же сторону. Но при переходе через узел фаза колебаний меняется на π, т. е. смещения меняют знак. На рисунке 4.17 вы видите профиль стоячей волны в близкие моменты времени t и $t + \Delta t$.

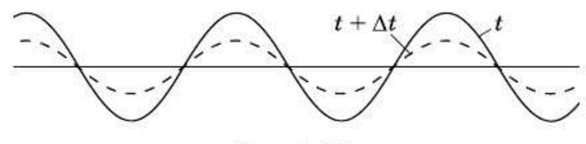


Рис. 4.17

Таким образом, если в бегущей волне точки шнура колеблются с одинаковой амплитудой, но с различными фазами, то в стоячей волне фаза колебаний точек между узлами одна и та же, но амплитуда меняется от точки к точке.

Наблюдение стоячей волны

В справедливости сделанных выводов можно убедиться на опыте. При небольшой сноровке нетрудно получить стоячую волну на резиновом шнуре или просто на верёвке. (Конечно, стоячая волна не возникает сразу, как только вы начнёте раскачивать верёвку. В первый момент отражённой волны вообще не будет. Нужно немного подождать, когда процесс установится.) Можно заметить, что, действительно, узлы и пучности остаются на местах, и фаза колебаний всех точек, расположенных между соседними узлами, одна и та же, и участки шнура между узлами одновременно движутся вверх либо вниз.

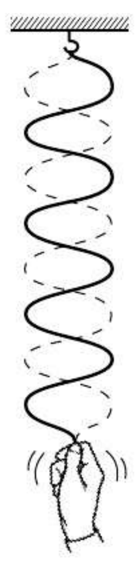
Энергия в стоячей волне

В стоячей волне, в отличие от бегущей, в среднем по времени не происходит переноса энергии. Это понятно, так как бегущие навстречу друг другу волны несут одинаковую энергию в противоположных направлениях. Энергия волны между двумя узлами остаётся неизменной. Совершается только превращение кинетической энергии в потенциальную, и наоборот. Когда участки шнура проходят через положение равновесия, кинетическая энергия имеет максимальное значение. Через четверть периода кинетическая энергия убывает до нуля и максимальной становится потенциальная энергия. Отклонения частиц шнура в этот момент от их положений равновесия максимальны (шнур при этом более всего деформирован в узлах и менее всего в пучностях).

§ 4.7. СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ КАК СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТЕЛ

При образовании стоячей волны на шнуре, один конец которого закреплён, в месте закрепления находится узел. Другому концу сообщаются колебания заданной амплитуды. Это можно сделать просто рукой или посредством кривошипного механизма.

Стоячая волна должна иметь такую амплитуду колебаний в пучности, чтобы амплитуда колебаний незакреплённого конца шнура в точности равнялась бы амплитуде задаваемого периодического смещения. Отсюда следует, что, чем ближе лежит узел образовавшейся стоячей волны к незакреплённому концу шнура, тем больше амплитуда стоячей волны в пучности при заданной амплитуде колебаний этого конца (рис. 4.18). Это значит, что амплитуда стоячей волны в пучности будет велика, если вблизи незакреплённого конца шнура находится узел.


Рис. 4.18

Вследствие затухания амплитуда отражённой волны обязательно немного меньше, чем падающей. Поэтому при любых обстоятельствах амплитуда колебаний незакреплённого конца шнура не равна нулю, хотя она и может быть мала. Ведь только при точном равенстве амплитуд колебания с противоположными фазами взаимно уничтожаются. Амплитуда стоячей волны в пучности будет максимальной в том случае, когда на нижнем (по рисунку) конце шнура (или очень близко от него), так же как и на верхнем, находится узел. Но если на обоих концах шнура находятся узлы, то на шнуре должно укладываться целое число полуволн $\left(\text{ведь расстояние между соседними узлами равно } \frac{\lambda}{2}\right)$:

$$\frac{\lambda_k}{2}k = l, \tag{4.7.1}$$

где $k = 1, 2, 3, \ldots$ — целые числа, а l — длина шнура. Шнур будет колебаться с большой амплитудой только в том случае, когда частота этих колебаний (связанная с длиной волны) равна:

$$\nu_k = \frac{v}{\lambda_k} = \frac{v}{2l}k. \tag{4.7.2}$$

Определяемые этой формулой частоты — это *собственные частоты шнура*.

В существовании собственных частот у упругого тела можно убедиться на опыте. Для этого лучше воспользоваться не шнуром, а натянутой струной. Большой разницы здесь нет, но колебания струны наблюдать удобнее. Пусть закреплён левый конец струны, а натяжение её создаётся грузом,

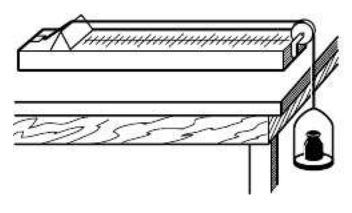


Рис. 4.19

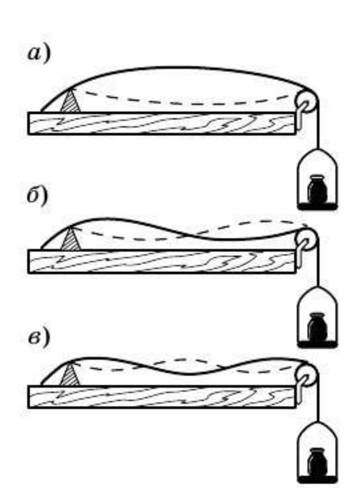


Рис. 4.20

прикреплённым к правому концу (рис. 4.19).

Оттянув струну посредине и отпустив, мы возбудим колебания. На струне будет укладываться половина длины волны (рис. 4.20, *а*), и частота колебаний равна:

$$\nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2l},$$

где v — скорость распространения бегущей по струне волны. Скорость распространения волны зависит от натяжения струны и плотности материала струны. Увеличивая силу натяжения струны (добавляя груз), нетрудно обнаружить увеличение частоты колебаний.

Когда система после выведения её из положения равновесия начинает совершать колебания, то это — *свободные колебания*. Следовательно, рассмотренные колебания струны тоже с полным правом можно назвать свободными.

Если одну половину струны оттянуть вверх, а другую вниз так, чтобы отклонение середины струны равнялось нулю, то возникнут свободные колебания с частотой

$$\nu_2 = \frac{v}{l}.$$

При этом, кроме узлов на концах струны, появляется ещё узел посредине (рис. 4.20, *б*). Пучностей будет две.

Можно возбудить колебания струны с двумя узлами (кроме узлов на концах; рис. 4.20, *в*). Тогда пучностей будет три. Получить колебания более высоких частот этим методом довольно трудно, но в принципе вполне возможно.

Итак, у струны (это верно и для натянутого резинового шнура) имеется *набор собственных частот*.

Наименьшая из возможных частот колебаний называется *основной частотой* или *основным тоном*. Все остальные собственные частоты в целое число раз больше основной. Они называются *обертонами**.

---

* В описанных опытах наряду с основным тоном возбуждаются и обертоны, их амплитуды невелики.

Волна при своём распространении от какого-либо источника в сплошной среде постепенно захватывает всё большие и большие области пространства. Это хорошо видно, если наблюдать за круговыми волнами на поверхности воды от брошенного камня. Энергия, которую несут с собой волны от источника, с течением времени распределяется по всё большей и большей поверхности. Поэтому энергия, переносимая через данную площадку за данный промежуток времени, уменьшается по мере удаления от источника. Следовательно, и амплитуда колебаний уменьшается по мере удаления от источника. Ведь энергия колеблющегося тела пропорциональна квадрату амплитуды (см. § 1.7). Это справедливо для колебаний не только груза на пружине и маятника, но и любой частицы среды.

Таким образом, амплитуда волны в среде по мере удаления её от источника всегда уменьшается, даже если механическая энергия не превращается во внутреннюю за счёт действия в среде сил трения.

Плоская волна

Исключение составляет так называемая *плоская волна*. Такую волну можно получить, если поместить в упругую среду пластину и заставить её колебаться в направлении нормали к пластине. Все точки среды, примыкающие к пластине, будут совершать колебания с одинаковыми амплитудами и в одной и той же фазе. Эти колебания будут распространяться в виде волн в направлении нормали к пластине. Причём все частицы среды, лежащие в плоскости, параллельной пластине, будут колебаться в одной фазе.

Волновая поверхность, луч и волновой фронт

Поверхности равной фазы называют волновыми поверхностями. В случае плоской волны волновые поверхности представляют собой плоскости (рис. 4.21). Реальная волна может считаться плоской лишь приближённо (на краях волновые поверхности искривляются). Уравнение бегущей плоской гармонической волны будет точно таким же, как и уравнение (4.5.3) или (4.5.7) для волны на резиновом шнуре:

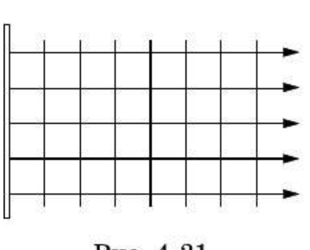


Рис. 4.21

$$s = s_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right). \qquad (4.8.1)$$

Линии, нормальные к волновой поверхности, называются лучами. Под направлением распространения волн понимают направление лучей. Лучи для плоских волн представляют собой параллельные прямые. Вдоль лучей происходит перенос энергии. При распространении плоской волны размеры волновых поверхностей по мере удаления от пластины не меняются (или почти не меняются). Поэтому энергия волны не рассеивается в пространстве, и амплитуда колебаний уменьшается только за счёт действия сил трения.

Распространяясь от источника, любая волна проникает во всё более удалённые области пространства. В каждый момент времени можно указать поверхность, отделяющую область пространства, в которой уже существует волновой процесс, от остальной, невозмущённой области. Эта движущаяся пограничная поверхность называется *фронтом волны*. Иначе говоря, волновой фронт — это поверхность, до которой дошли колебания к данному моменту времени. Волновой фронт является частным случаем волновой поверхности.

На поверхности воды легко получить волны, которые дают наглядное представление о плоских волнах в пространстве. Для этого нужно стержень, слегка касающийся поверхности воды, заставить колебаться в направлении, перпендикулярном поверхности воды. Все частицы воды, находящиеся на прямой, параллельной стержню, будут колебаться в одной фазе (рис. 4.22).

Сферическая волна

Другой пример волны в сплошной среде — *сферическая волна*. Она возникает, если поместить в среду пульсирующую сферу (рис. 4.23). В этом случае волновые поверхности являются сферами. Лучи направлены вдоль продолжений радиусов пульсирующей сферы.

Амплитуда колебаний частиц в случае сферической волны обязательно убывает по мере удаления от источника.



Рис. 4.22

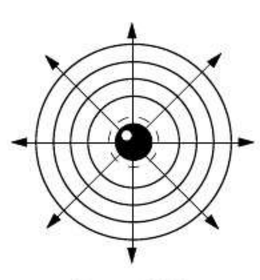


Рис. 4.23

Энергия, излучаемая источником, в этом случае равномерно распределяется по поверхности сферы, радиус которой непрерывно увеличивается по мере распространения волны. Поскольку площадь поверхности сферы пропорциональна квадрату радиуса, энергия, переносимая волной за 1 с через элемент поверхности площадью 1 см^2, убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника. Амплитуда же колебаний, квадрат которой пропорционален энергии, убывает обратно пропорционально первой степени расстояния от источника.

Поперечные и продольные волны в средах

Как вы знаете, волны могут быть поперечными и продольными. В поперечной волне смещения отдельных участков среды происходят в направлении, перпендикулярном распространению волны. При этом происходит упругая деформация, называемая деформацией сдвига. Отдельные слои вещества сдвигаются друг относительно друга. Объём тела не изменяется. При деформации сдвига в твёрдом теле возникают силы упругости, стремящиеся вернуть тело в исходное состояние. Именно эти силы и вызывают колебания среды.

Сдвиг слоёв друг относительно друга в газах и жидкостях не приводит к появлению сил упругости. Поэтому в газах и жидкостях не могут существовать поперечные волны. Поперечные волны возникают только в твёрдых телах*.

В продольной волне происходит деформация сжатия и растяжения. Силы упругости, связанные с этой деформацией, возникают как в твёрдых телах, так и в жидкостях и газах. Эти силы вызывают колебания отдельных участков среды, поэтому продольные волны могут распространяться во всех средах.

В твёрдых телах скорость продольных волн больше скорости поперечных волн. Это обстоятельство используется, например, для определения расстояния от очага землетрясения до сейсмической станции. Вначале на станции регистрируется продольная волна, так как её скорость при распространении в земной коре больше, чем у поперечной. Спустя некоторое время регистрируется поперечная волна, возбуждаемая при землетрясении одновременно с продольной. Зная скорости продольной и поперечной волн в земной коре и время запаздывания поперечной волны, можно определить рас-

* Поперечные волны возникают и на поверхности жидкости, но не внутри неё.

стояние до очага землетрясения. Кроме этих волн распространяется ещё поверхностная волна. Её скорость меньше продольных и поперечных волн, но она несёт с собой наибольшую энергию.

Нелинейная волна

Мы рассматривали до сих пор и будем рассматривать в дальнейшем волны с достаточно малой амплитудой, которые в ряде случаев приближённо можно считать гармоническими. Волны большой амплитуды считать гармоническими, как правило, уже нельзя. Профиль волны может очень сильно отличаться от синусоидального. Подобные волны называются *нелинейными*. Нелинейные волны аналогичны нелинейным колебаниям, о которых упоминалось в § 1.11. Их нельзя рассматривать как результат наложения нескольких гармонических волн. Как говорят, они не подчиняются принципу суперпозиции волн, о котором пойдёт речь в дальнейшем.

? **1.** С какой целью в физике вводятся следующие понятия: «волновая поверхность», «луч» и «волновой фронт»?

2. Могут ли поперечные волны распространяться в газообразной среде?

§ 4.9. ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ

Волны на поверхности воды или волны вдоль резинового шнура можно непосредственно видеть. В прозрачной среде — воздухе или жидкости — волны невидимы. Но при определённых условиях их можно слышать.

Возбуждение звуковых волн

Если длинную железную линейку зажать в тисках или плотно прижать к краю стола, то, отклонив конец линейки от положения равновесия, мы возбудим её колебания (рис. 4.24, *а*).

Но эти колебания не будут восприниматься нашим ухом. Если, однако, укоротить выступающий конец линейки (рис. 4.24, *б*), то мы обнаружим, что линейка становится источником звука.

Линейка сжимает прилегающий к одной из её сторон слой воздуха и одновре-

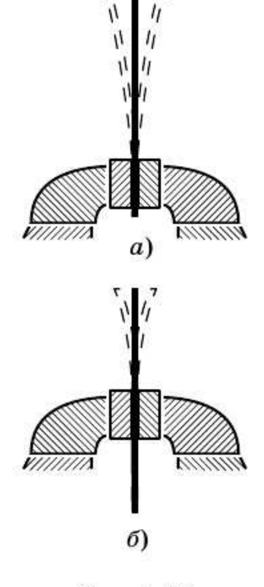


Рис. 4.24

менно создаёт разрежение с другой стороны. Эти сжатия и разрежения чередуются во времени и распространяются в обе стороны в виде упругой продольной волны. Последняя достигает нашего уха и вызывает вблизи него периодические колебания давления, которые воздействуют на слуховой аппарат.

Наше ухо воспринимает в виде звука колебания, частота которых лежит в пределах от 16 до 20 000 Гц. Если говорить о звуковых волнах, создаваемых при игре на рояле, то нижняя граница нашего слуха будет чуть ниже звучания самой басовой клавиши, а верхняя — намного выше самой высокой. Такие колебания называются *акустическими. Акустика — это учение о звуке.* Чем короче выступающий конец линейки, тем больше частота его колебаний. Поэтому мы начинаем слышать звук, когда конец линейки становится достаточно коротким.

Любое тело (твёрдое, жидкое или газообразное), колеблющееся со звуковой частотой, создаёт в окружающей среде звуковую волну.

Звуковые волны в различных средах

Чаще всего звуковые волны достигают наших ушей по воздуху. Довольно редко мы оказываемся погружёнными целиком в воду. Но, конечно, воздух не имеет каких-либо особых преимуществ по сравнению с другими средами в смысле возможности распространения в них звуковых волн. Звук превосходно распространяется в воде и твёрдых телах. В этом нетрудно убедиться. Нырнув с головой во время купания, вы можете услышать звук от удара двух камней, производимого в воде на большом расстоянии. Многие обитатели морских глубин общаются друг с другом посредством звуковых волн.

Хорошо проводит звук земля. Во многих приключенческих романах можно прочесть, как герой прикладывает ухо к земле и улавливает топот копыт коня своего врага. Если приставить вплотную к уху конец длинной деревянной линейки и слегка постукивать по другому её концу ручкой, то отчётливо слышен звук. Отодвинув же линейку немного от уха, вы обнаружите, что звук почти перестаёт быть слышимым.

В вакууме, разумеется, звуковые волны распространяться не могут. Космос, в отличие, скажем, от океана, — царство абсолютного безмолвия.

Давление в звуковой волне

Мы выяснили, что звуковая волна представляет собой последовательность сжатий и разрежений упругой среды (воздуха, воды, стали), распространяющихся с определённой скоростью. Причём эта волна является продольной*.

Сжатие и разрежение воздуха вызывает колебания давления относительно среднего атмосферного давления p_0. Громкому звуку соответствует изменение давления Δp на несколько десятков паскалей. Но при этом относительное изменение давления невелико: $\frac{\Delta p}{p_0} \approx 0{,}001$. Человеческое ухо способно воспринимать изменения давления $\Delta p \approx 10^{-5}$ Па. Это соответствует подводимой к ушной раковине мощности около 10^{-16} Вт. Ухо — весьма чувствительный прибор, наиболее чувствительно оно к колебаниям с частотой около 3500 Гц.

Измерять непосредственно амплитуду колебаний давления в звуковой волне довольно трудно. Обычно звуковые колебания преобразуют в электрические с помощью микрофона, а затем по амплитуде электрического тока судят об амплитуде колебаний давления.

Значение звука

Для того чтобы уверенно ориентироваться в мире, наш мозг должен получать информацию о том, что происходит вокруг нас. Зрение и слух играют здесь главную роль. Осязание, обоняние и вкусовые ощущения менее существенны.

Конечно, наибольшее количество информации мы получаем с помощью света. Испущенный источниками (Солнцем, лампочкой и т. д.) свет отражается от окружающих предметов и, попадая в глаз, позволяет судить об их положении и движении. Многие предметы светятся сами.

Отражённые от предметов звуковые волны или сами звучащие предметы также дают нам сведения об окружающем мире. Но не это главное. Главное — это речь. Мы создаём и воспринимаем звуковые волны и тем самым общаемся друг с другом.

---

* Впрочем, в твёрдых телах могут существовать и поперечные акустические волны.


Рис. 4.25

С помощью специальных устройств, например медицинского стетоскопа или фонендоскопа* (рис. 4.25), можно получать важные сведения о работе сердца и других внутренних органов. Об этом знают все, кого когда-либо выслушивал врач.

Любопытно, что ещё Роберт Гук, крупнейший учёный, современник Ньютона, предвидел многие возможности практического применения звука. В частности, ему принадлежит идея стетоскопа. Приведём отрывок из одной его работы: «Может быть, есть возможность открывать внутренние движения и действия тел посредством звука, который они производят. В часах мы слышим стук маятника, ход колёс, цепляние зубцов и многие другие звуки; кто знает, не можем ли мы подобно этому открыть движение внутренних частей животных, растительных или минеральных тел посредством звука, который они производят, открыть процессы, совершающиеся в разных органах или полостях тела...»

§ 4.10. СКОРОСТЬ ЗВУКА

Звуковые волны, подобно всем другим волнам, распространяются с конечной скоростью. Обнаружить это можно так. Свет распространяется с огромной скоростью — 300 000 км/с. *Поэтому вспышка от выстрела почти мгновенно достигает глаз. Звук же выстрела приходит с заметным запаздыванием. То же самое можно заметить, наблюдая с большого расстояния игру в футбол. Вы видите удар по мячу, а звук от удара приходит спустя некоторое время. Все, вероятно, замечали, что вспышка молнии предшествует раскату грома. Если гроза далеко, то запаздывание грома достигает нескольких десятков секунд. Наконец, из-за конечной скорости звука появляется эхо. Эхо — это звуковая волна, отражённая от опушки леса, крутого берега, здания и т. д.*

---

* Фонендоскоп отличается от стетоскопа тем, что у него звукоулавливающая камера закрыта упругой мембраной для усиления звука.

Скорость звука в воздухе при 0 °C равна 331 м/с. Эта скорость довольно велика. Лишь совсем недавно самолёты начали летать со скоростями, превышающими скорость звука.

Первые измерения скорости звука в воздухе были произведены немецким естествоиспытателем, географом и путешественником А. Гумбольдтом в 1822 г. Время распространения звука определялось им как время между вспышкой при выстреле из пушки и моментом прихода звука.

Скорость звука в воздухе не зависит от его плотности. Она приблизительно равна средней скорости теплового движения молекул и, подобно ей, пропорциональна корню квадратному из абсолютной температуры. Чем больше масса молекул газа, тем меньше скорость звука в нём. Так, при 0 °C скорость звука в водороде равна 1270 м/с, а в углекислом газе — 258 м/с.

В воде скорость звука больше, чем в воздухе. Впервые она была измерена на Женевском озере в Швейцарии. На одной лодке поджигали порох и одновременно ударяли в подводный колокол. Другая лодка находилась на расстоянии 14 км от первой. Звук улавливался с помощью рупора, опущенного в воду. По разности времени между вспышкой света и приходом звукового сигнала определялась скорость звука. При температуре 8 °C скорость звука в воде равна 1435 м/с.

В твёрдых телах скорость звука ещё больше, чем в жидкостях. Например, в стали скорость звука при 15 °C равна 4980 м/с. Что скорость звука в твёрдом теле больше, чем в воздухе, можно обнаружить так. Если ваш помощник ударит по одному концу рельса, а вы приложите ухо к другому концу, то услышите два удара. Сначала звук достигает уха по рельсам, а затем по воздуху.

По известной частоте колебаний и скорости звука можно вычислить длину звуковой волны (см. § 4.3). Длина волны у самых длинных волн, воспринимаемых ухом, составляет приблизительно 17 м, а у самых коротких — 1,7 мм.

§ 4.11. МУЗЫКАЛЬНЫЕ ЗВУКИ И ШУМЫ. ГРОМКОСТЬ И ВЫСОТА ЗВУКА

Звуки, которые мы слышим каждый день, очень разнообразны. Любой из нас достаточно отчётливо отличает так называемые музыкальные звуки от шумов. К первым, например, относится пение, звучание натянутых струн музыкальных инструментов, свист. Шумы возникают при взрывах, работе двигателей внутреннего сгорания, шипении змеи, скрипе несмазанных дверных

петель и т. д. Мы в состоянии с помощью своих органов речи воспроизвести более или менее гармоничный звук и, конечно, шум.

Резкой границы между музыкальными звуками и шумами нет. Испорченный музыкальный инструмент или заигранная грампластинка создаёт хриплые, дребезжащие звуки, весьма похожие на шум. С другой стороны, некоторую музыкальность можно уловить в шуме дождя или вое ветра.

Музыкальные звуки

Чем с точки зрения физики отличаются музыкальные звуки от шума и по какой причине столь несхожими могут быть музыкальные звуки между собой?

Чистый музыкальный звук можно получить с помощью простого прибора, называемого камертоном. На рисунке 4.26 показан камертон, который закреплён на деревянном ящике, открытом с одной стороны. Ударив молоточком по одной из ветвей камертона, мы услышим музыкальный звук. Постепенно звук ослабевает вследствие затухания колебаний ветвей. Звуковая волна возбуждается колеблющимися ветвями камертона. Характер этих колебаний можно установить, если прикрепить к ветви камертона иглу и провести ею с постоянной скоростью по поверхности закопчённой стеклянной пластинки. На пластинке появится линия, очень близкая к синусоиде (рис. 4.27). Это временна́я развёртка колебаний, подобная той, которую получают с помощью маятника с песочницей. Отсюда можно заключить, что колебания ветвей камертона очень близки к гармоническим.



Звук, издаваемый гармонически колеблющимся телом, называют музыкальным тоном или просто тоном.

Музыкальные тоны отличаются на слух громкостью и высотой.

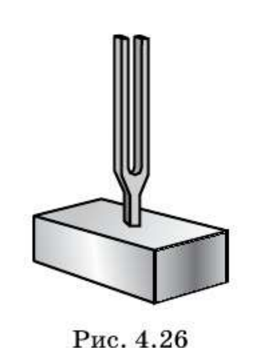


Рис. 4.26

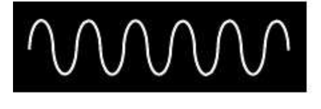


Рис. 4.27

Громкость звука

Громкость звука определяется амплитудой колебаний давления. Чем сильнее удар молоточка по камертону, тем громче звучит камертон. А более сильный удар вызывает колебания большей амплитуды. Можно не сомневаться, что и громкость лю-

бого звука определяется амплитудой колебаний в звуковой волне.

Нужно, однако, иметь в виду, что чувствительность нашего уха зависит от частоты звука. Звуковые колебания одинаковых амплитуд не кажутся нам одинаково громкими, если частоты их различны. Наше ухо, как уже говорилось, наиболее чувствительно к колебаниям с частотой около 3500 Гц.

В акустике вводят специальную величину — *интенсивность звука. Интенсивность звука равна отношению энергии, переносимой звуковой волной за время t через поверхность площадью S, перпендикулярную к направлению распространения волны, к произведению площади S и времени t.* Энергия колебаний в волне пропорциональна квадрату амплитуды. Поэтому и интенсивность звука определяется амплитудой колебаний: пропорциональна квадрату амплитуды.

Громкость характеризует субъективное звуковое ощущение и пропорциональна интенсивности звука — объективной энергетической характеристике акустических волн.

Высота звука

Для того чтобы определить, с чем связана определённая высота звука, нужно располагать несколькими камертонами различных размеров. Проводя иглой, прикреплённой к ветви звучащего камертона, вдоль закопчённой пластинки, можно заметить, что, чем выше звук, издаваемый камертоном, тем меньше период появляющейся на пластинке синусоиды и, следовательно, тем больше частота колебаний камертона. *Высота звука* (*точнее, высота тона*) *определяется частотой колебаний*.

То же самое можно наблюдать при колебаниях струны. Увеличение натяжения струны приводит к увеличению частоты свободных колебаний. Поэтому, натягивая струны гитары с помощью колков, мы делаем звук более высоким.

Кроме того частота колебаний струны зависит (при данной силе натяжения) от её длины [см. формулу (4.7.2)]. При игре гитарист прижимает пальцами струны к грифу. Благодаря этому меняется высота звука инструмента.

Шум и борьба с ним

Шум отличается от музыкального тона тем, что ему не соответствует какая-либо определённая частота колебаний и, следовательно, определённая высота звука. В шуме присутствуют колебания всевозможных частот.

С развитием промышленности и современного скоростного транспорта появилась новая проблема — борьба с шумом. Возникло даже новое понятие «шумовое загрязнение» среды обитания. Шум, особенно большой интенсивности, не просто надоедает и утомляет — он может и серьёзно подорвать здоровье.

С шумом борются простыми административными мерами: в городах автомобилистам запрещено пользоваться звуковыми сигналами, отменены полёты самолётов над городами и т. д. Борются с шумами и с помощью технических устройств. Так, все автомобили, тракторы и мотоциклы снабжены глушителями. На пути выхлопных газов сооружают сложный металлический лабиринт с перегородками и отверстиями, в которых звуковая волна теряет энергию. Кто хотя бы раз слышал рёв мотоцикла без глушителя, хорошо представляет себе, насколько успешно глушитель справляется со своей задачей.

§ 4.12. ТЕМБР. ДИАПАЗОНЫ ЗВУКОВЫХ ЧАСТОТ

Тембр

Музыкальные звуки отличаются друг от друга не только громкостью и высотой. Струна гитары издаёт вполне определённый тон. Но если вы попробуете возбудить её колебания, сначала оттянув струну в средней части, а затем на расстоянии 1/4 длины от конца, то звуки будут не совсем одинаковыми. Имея одинаковую частоту и примерно одинаковую громкость, эти звуки отличаются друг от друга специфическим оттенком. Музыканты это особое качество звука называют *тембром*.

В первом случае на струне укладывается половина длины волны и возникают колебания основной частоты. Во втором случае наряду с основным тоном заметную амплитуду будет иметь и первый обертон (в отличие от основного тона для колебаний первого обертона характерно то, что на струне укладывается не половина, а целая длина волны). В произвольном же случае колебаний струны вместе с основным тоном возбуждается много различных обертонов.

Тембр звука определяется числом обертонов и их амплитудами. Именно по тембру мы различаем звуки одинаковой высоты: человеческий голос, свист, звук струны рояля или кларнета. Высота определяется периодом колебаний. Но колебания в перечисленных случаях не являются гармоническими и при одной и той же частоте имеют различную форму. Оставаясь периодическими, они имеют различные ча-

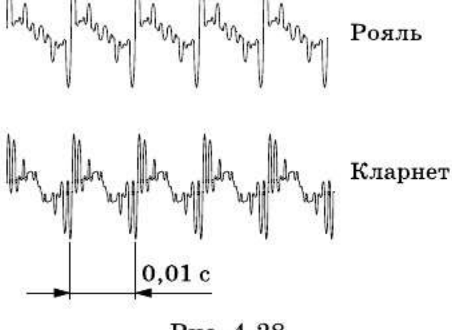


Рис. 4.28

стотные спектры (см. § 1.11). На рисунке 4.28 приведена временна́я развёртка звуковых колебаний, создаваемых роялем и кларнетом при одном и том же периоде 0,01 с. Форма колебаний различна вследствие того, что одновременно с колебаниями основной частоты, одинаковой для обоих инструментов, происходят колебания и с другими частотами, кратными основной. При этом амплитуды обертонов одной и той же частоты у различных инструментов сильно отличаются друг от друга.

Диапазоны звуковых частот

Диапазон обычного человеческого голоса заключён в интервале от 200 до 1000 Гц. У отдельных людей диапазон может оказаться и значительно шире. На рисунке 4.29 представлена шкала звуковых частот, на которой буквой *Г* обозначен диапазон голоса. Воспринимает же человеческое ухо частоты в интервале, обозначенном буквой *У*. Музыкальные инструменты занимают немного менее широкую полосу частот, обозначенную буквой *М*.

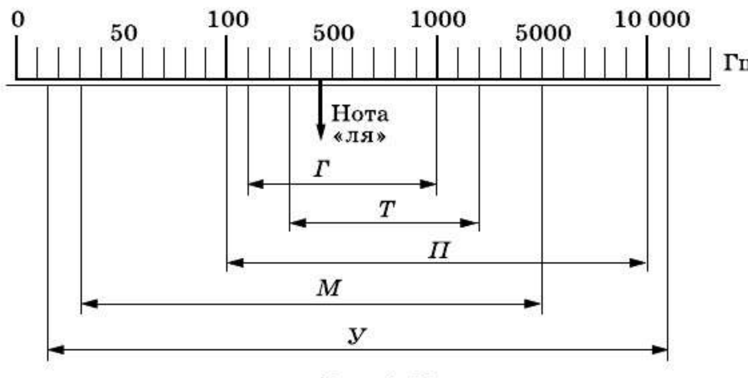


Рис. 4.29

Для того чтобы голос или музыку передавать на расстояния, записывать и воспроизводить или просто усиливать с помощью тех или иных радиотехнических устройств без заметных искажений, необходимы устройства с широкой полосой воспроизводимых частот. Эти устройства должны пропорционально усиливать и воспроизводить колебания всех частот диапазона голоса или музыкальных инструментов. Осуществить это очень не просто. В паспорте любого магнитофона, проигрывателя или радиоприёмника всегда указывается полоса частот, которые эти устройства способны воспроизводить. Диапазон частот у обычного телефона сравнительно невелик (он обозначен буквой *Т* на рисунке 4.29). Этот диапазон достаточен для того, чтобы разобрать все слова, но слушать симфоническую музыку по телефону нет смысла. У хорошего транзисторного приёмника полоса частот простирается от 100 до 10 000 Гц (буква *П* на рисунке 4.29). Высококачественная аппаратура, гарантирующая высокую достоверность воспроизведения звука, весьма сложна и стоит дорого. Напоминает она внешне лабораторную установку научно-исследовательского института. Полоса пропускания частот у этих установок бывает даже шире полосы слышимых звуков.

§ 4.13. АКУСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС

Звучащее тело может совершать как свободные, так и вынужденные колебания под действием внешней периодической силы. Когда частота внешней силы совпадает с собственной частотой колебаний, наступает резонанс.

Проще всего наблюдать акустический резонанс с помощью двух одинаковых камертонов. Расположим камертоны на небольшом расстоянии так, чтобы отверстия ящиков были направлены друг к другу (рис. 4.30). Ударив молоточ-

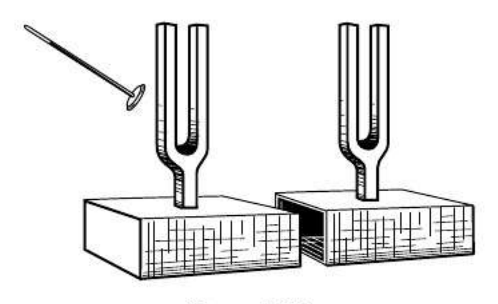


Рис. 4.30

ком по ветви одного камертона, мы обнаружим вскоре, что и второй камертон начинает звучать. Звуковая волна от первого камертона создаёт периодическую силу, действующую на второй камертон. Частоты колебаний камертонов одинаковы, и амплитуда колебаний второго камертона вследствие резонанса оказывается достаточно большой. Если же взять камертоны с различными собственными частотами, то второй камертон при возбуждении первого практически звучать не будет.

Более того, достаточно прикрепить к ветви одного из двух одинаковых камертонов кусочек пластилина, как уже резонанс не возникает. Затухание колебаний камертона мало, и поэтому резонансная кривая является очень острой (см. § 1.10). Увеличение массы ветви камертона меняет частоту его собственных колебаний, и происходит расстройка резонанса.

Явление акустического резонанса используется для усиления звучания камертона. Если вилку камертона снять с ящика и возбудить в ней колебания, то звук будет очень слабым. Разберёмся в причине этого.

Воздух является упругим телом. Поэтому столб воздуха в трубе или ящике обладает определённым набором собственных частот подобно натянутой струне или резиновому шнуру. Иными словами, в столбе воздуха могут возникать стоячие волны. Если труба закрыта с двух концов, то на её краях образуются узлы стоячей волны. Частоты собственных колебаний будут определяться, как и для струны, формулой

$$\nu_k = \frac{\upsilon}{\lambda_k} = \frac{\upsilon}{2l}k, \qquad (4.13.1)$$

где υ — скорость звука, а l — длина трубы.

Если труба открыта с одного конца, то у открытого конца образуется пучность смещений. Поэтому вдоль трубы (или ящика) при колебаниях основной частоты укладывается четверть длины волны. Частота основного тона равна в этом случае

$$\nu_1 = \frac{\upsilon}{\lambda_1} = \frac{\upsilon}{4l}. \qquad (4.13.2)$$

Основной тон резонаторного ящика совпадает с собственной частотой колебаний камертона. Поэтому под влиянием периодической силы, с которой камертон действует на крышку ящика, в ящике возбуждается интенсивная стоячая волна. Звуковая волна создаётся в основном за счёт колебаний воздуха в ящике, а не ветвей камертона.

В духовых музыкальных инструментах (орган, кларнет, саксофон и т. д.) под действием воздушной струи возбуждаются колебания с частотой, очень близкой к собственной частоте колебаний столба воздуха в трубе. В зависимости от длины трубы возбуждаются колебания той или иной частоты.

§ 4.14. ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА

Любое тело (твёрдое, жидкое или газообразное), колеблющееся со звуковой частотой, создаёт в окружающей среде звуковую волну. Но интенсивное излучение звуковых волн происходит только при определённых условиях. Что это за условия, выясним на примере камертона.

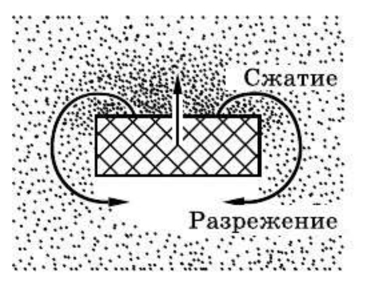


Рис. 4.31

При движении ветви камертона по одну сторону от неё воздух сжимается (давление растёт), а по другую сторону образуется разрежение (давление падает). Возникает разность давлений, которая стремится выравняться. Выравнивание давления происходит со скоростью распространения упругого импульса, т. е. со скоростью звука. За период колебания давление выравнивается на расстоянии длины звуковой волны. Размеры же ветви камертона гораздо меньше длины волны. Поэтому при колебаниях ветви происходит «перекачка» воздуха с одной её стороны на другую сторону (рис. 4.31). Следовательно, давление в основном выравнивается, и звуковая волна почти не излучается.

Для того чтобы такого выравнивания давлений не происходило, размеры колеблющегося тела не должны быть слишком малыми по сравнению с длиной волны. Только при этом условии будет излучаться достаточно интенсивная звуковая волна.

Резонаторный ящик камертона с одной стороны закрыт, и длина его равна $\frac{\lambda}{4}$. Поэтому выравнивания давления не происходит и излучается достаточно интенсивная звуковая волна.

Скорость звука больше в лёгких газах: водороде и гелии. Поэтому излучение звука в этих газах затруднено по сравнению с излучением в воздухе. Одновременно меняется тембр

Такая пластина в воде может излучать волны мощностью до нескольких киловатт с каждого квадратного сантиметра поверхности. Существенно, что с помощью коротких волн можно создать остронаправленные пучки, незначительно расширяющиеся по мере распространения.

Мощная ультразвуковая волна способна дробить тела, помещённые в жидкость (кусочки металла превращаются в тонкую взвесь). С его помощью можно дробить камни в желчном пузыре и почках. Ультразвук оказывает сильное биологическое воздействие. Микробы в поле ультразвука погибают. С помощью ультразвука можно стерилизовать молоко и другие продукты.

В жидкостях ультразвуковые волны затухают слабее, чем в воздухе. Поэтому ультразвук применяется в *гидроакустике*. Наиболее важным прибором в гидроакустике является *эхолот*, или *гидролокатор*. Посылая короткие импульсы ультразвуковых волн, можно уловить импульсы, отражённые от дна или других твёрдых предметов. По времени запаздывания отражённого сигнала можно судить о расстоянии до препятствия. Так измеряют глубину моря (рис. 4.32), обнаруживают косяки рыб, встречный айсберг или подводную лодку. С помощью эхолота отечественными учёными был открыт подводный хребет в Северном Ледовитом океане.

По отражению ультразвука от раковины или трещины в металлической отливке можно судить о дефектах в изделиях.

Чрезвычайно совершенные ультразвуковые локаторы имеют дельфины и летучие мыши. Дельфины в мутной воде уверенно ориентируются, посылая ультразвуковые импульсы и улавливая импульсы, отражённые от предметов или добычи.

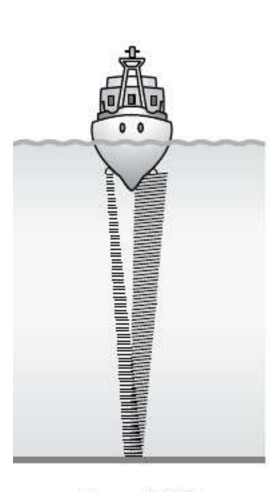


Рис. 4.32

В полной темноте летучие мыши способны летать в комнате, в которой по всевозможным направлениям натянуто множество верёвок, не задевая их. Уши с успехом заменяют им глаза. Летучая мышь испускает импульсы ультразвуковых колебаний. Частота колебаний в импульсе составляет 25 000—50 000 Гц. Длительность каждого импульса не превышает 0,015 с.

Любопытно, что ультразвук воспринимают собаки. Можно сделать ультразвуковой свисток и подавать им команды своей собаке. Никто, кроме вашей и других собак, эти команды не услышит.

? 1. Упругая металлическая пластина длиной l жёстко закреплена на одном конце (см. рис. 4.24). Нарисуйте профиль стоячих волн, которые можно возбудить в этой пластине. Каковы собственные частоты пластины, если скорость распространения волн в ней равна v?
2. Один камертон закреплён в тисках, а другой такой же камертон установлен на резонаторном ящике. Продолжительность звучания какого камертона больше?
3. Колеблющаяся с определённой амплитудой пластина создаёт волны один раз в воде, а другой раз в воздухе. В каком случае амплитуда колебаний давления в волне больше и почему?
4. Каким образом человек воспринимает инфразвук?
5. Как используется инфразвук в технике?

§ 4.16. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ВОЛН

До сих пор мы почти всё время имели дело с одной волной, распространяющейся от источника. Однако очень часто в среде одновременно распространяется несколько различных волн. Например, когда в комнате беседуют несколько человек, то отдельные звуковые волны накладываются друг на друга. Что при этом происходит?

Сложение волн

Проще всего проследить за этим явлением, наблюдая волны на поверхности воды. Если мы бросим в воду два камня, создав этим две кольцевые волны, то нетрудно заметить, что каждая волна проходит сквозь другую и ведёт себя в дальнейшем так, будто другой волны совсем не существует. Точно так же любое число звуковых волн может одновременно распространяться в воздухе, ничуть не мешая друг другу. Множество музыкальных инструментов в оркестре или голосов в хоре создают звуковые волны, одновременно улавливаемые нашим ухом. Причём ухо в состоянии отличить один звук от другого.

Теперь посмотрим более внимательно, что происходит в местах, где волны накладываются друг на друга. Наблюдая волны, возникающие на поверхности воды от двух камней, мы можем заметить, что некоторые участки поверхности не возмущены, в других же местах возмущение усилилось.

Если две волны встречаются в одном месте гребнями, то в этом месте возмущение воды усиливается.

Если же, напротив, гребень одной волны встречается с впадиной другой, то возмущения поверхности воды не будет.

Вообще же в **каждой точке среды колебания, вызванные двумя волнами, складываются. Результирующее смещение любой частицы среды представляет собой сумму смещений, которые происходили бы при распространении одной из волн в отсутствие другой.**

Интерференция

Сложение в пространстве двух (или нескольких) волн, при котором образуется постоянное во времени распределение амплитуды результирующих колебаний в различных точках пространства, называется интерференцией. Стоячая волна — пример интерференции двух волн, бегущих в противоположные стороны. Выясним, при каких условиях происходит интерференция волн. Для этого рассмотрим более подробно наложение волн на поверхности воды.

Можно одновременно возбудить две круговые волны в ванне с помощью двух шариков, укреплённых на стержне, который совершает гармонические колебания (рис. 4.33). В любой точке M на поверхности воды (рис. 4.34) будут складываться колебания, вызванные двумя волнами (от источников O_1 и O_2). Амплитуды колебаний, вызванных в точке M обеими волнами, будут, вообще говоря, отличаться, так как волны проходят различные пути d_1 и d_2. Но если расстояние l между источниками много меньше этих путей ($l \ll d_1$ и $l \ll d_2$), то обе амплитуды можно считать практически одинаковыми.

Результат сложения волн, приходящих в точку M, будет зависеть от разности фаз между ними. Пройдя различные расстояния d_1 и d_2, волны имеют разность хода $\Delta d = d_2 - d_1$. Если разность хода равна длине волны λ, то вторая волна будет запаздывать по сравнению с первой на один период (как раз за период волна проходит путь, равный длине волны). Следовательно, в этом случае гребни (как и впадины) обеих волн будут совпадать.


Рис. 4.33

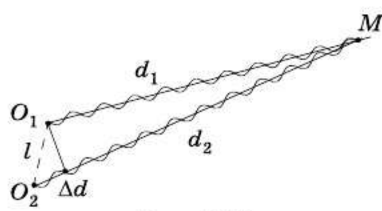


Рис. 4.34

Условие максимумов

На рисунке 4.35 изображена зависимость от времени смещений s_1 и s_2, вызванных двумя волнами, при $\Delta d = \lambda$. Разность фаз колебаний равна нулю (или, что то же самое, 2π, так как период синуса равен 2π). В результате сложения этих колебаний возникает результирующее колебание с удвоенной амплитудой. То же самое будет происходить, если на отрезке Δd укладывается не одна, а любое целое число длин волн.

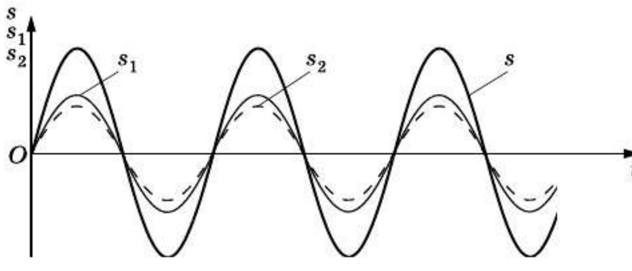


Рис. 4.35

Амплитуда колебаний среды в данной точке будет максимальной, если разность хода двух волн, возбуждающих колебания в этой точке, равна целому числу длин волн*:

$$\Delta d = k\lambda, \qquad (4.16.1)$$

где $k = 0, 1, 2, \ldots$.

Условие минимумов

Теперь посмотрим, что произойдёт, если на отрезке Δd укладывается половина длины волны. Очевидно, что вторая волна будет отставать от первой на половину периода. Разность фаз окажется равной π, т. е. колебания будут происходить в противофазе. В результате сложения этих колебаний амплитуда результирующего колебания равна нулю, и в рассматриваемой точке колебаний нет (рис. 4.36). То же самое

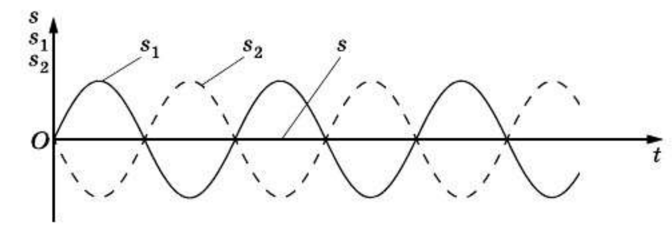


Рис. 4.36

* Это справедливо лишь при условии, что фазы колебаний обоих источников совпадают.

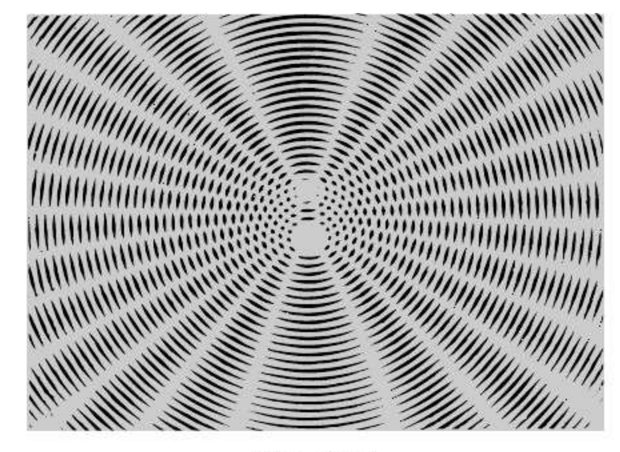


Рис. 4.37

произойдёт, если на отрезке укладывается любое нечётное число полуволн.

Амплитуда колебаний среды в данной точке минимальна, если разность хода двух волн, возбуждающих колебания в этой точке, равна нечётному числу полуволн:

$$\Delta d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}. \qquad (4.16.2)$$

Если разность хода $d_2 - d_1$ принимает промежуточное значение между λ и $\frac{\lambda}{2}$, то амплитуда результирующего колебания принимает некоторое промежуточное значение между удвоенной амплитудой и нулём. Но наиболее важно то, что амплитуда колебаний в любой точке не меняется с течением времени. На поверхности воды (см. рис. 4.33) возникает определённое распределение амплитуд колебаний, которое называют *интерференционной картиной* (рис. 4.37).

Когерентные волны

Для получения устойчивой интерференционной картины необходимо, чтобы источники волн имели одинаковую частоту и фазы их колебаний совпадали или отличались на некоторую постоянную (не зависящую от времени) величину. Иначе говоря, разность фаз колебаний обоих источников должна оставаться неизменной. Источники, удовлетворяющие этим условиям, называются *когерентными*. Когерентными называют и созданные ими волны.

Только при сложении когерентных волн образуется устойчивая интерференционная картина.

Если же разность фаз колебаний источников не остаётся постоянной, то в любой точке среды будет меняться разность фаз колебаний, возбуждаемых двумя волнами. Поэтому амплитуда результирующих колебаний будет меняться с течением времени. В результате максимумы и минимумы перемещаются в пространстве и интерференционная картина размывается.

Интерференция присуща волновым процессам любой природы. Можно, в частности, наблюдать интерференцию звука.

Обнаружение интерференционной картины доказывает, что мы имеем дело с волновым процессом.

Распределение энергии при интерференции

Волны несут энергию. Что же с этой энергией происходит при гашении волн друг другом? Может быть, она превращается в другие формы и в минимумах интерференционной картины выделяется тепло? Ничего подобного. Наличие минимума в данной точке интерференционной картины означает, что энергия сюда не поступает совсем. Вследствие интерференции происходит перераспределение энергии в пространстве. Она не распределяется равномерно по всем частицам среды, а концентрируется в максимумах за счёт того, что в минимумы совсем не поступает.

? Приведите примеры интерференции звука. Наблюдается ли интерференция звука в школе во время перемены? Почему?

§ 4.17. ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА. ЗАКОН ОТРАЖЕНИЯ ВОЛН

Пока что мы знакомились с волнами, распространяющимися в однородной среде. Теперь посмотрим, что происходит с волнами при встрече с препятствием, например с твёрдой стенкой.

Принцип Гюйгенса

Общий принцип, описывающий поведение волн, впервые был выдвинут современником Ньютона, голландским учёным Христианом Гюйгенсом. Согласно принципу Гюйгенса **каждая точка среды, до которой дошло возмущение, сама**

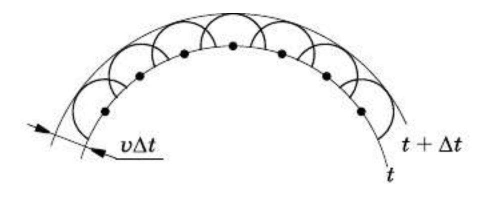


Рис. 4.38

становится источником вторичных волн. Для того чтобы, зная положение волновой поверхности в момент времени t, найти её положение в следующий момент времени $t + \Delta t$, нужно каждую точку волновой поверхности рассматривать как источник вторичных волн. *Поверхность, касательная ко всем вторичным волнам, представляет собой волновую поверхность в следующий момент времени* (рис. 4.38). Этот принцип в равной мере пригоден для описания распространения любых волн: звуковых, световых и т. д.

Для механических волн принцип Гюйгенса имеет наглядное истолкование: частицы среды, до которых доходят колебания, в свою очередь, колеблясь, приводят в движение соседние частицы среды, с которыми они взаимодействуют.

Закон отражения волн

С помощью принципа Гюйгенса можно вывести закон, которому подчиняются волны при отражении от границы раздела двух сред.





Гюйгенс Христиан (1629—1695) — голландский физик и математик, создатель первой волновой теории света. Основы этой теории Гюйгенс изложил в «Трактате о свете» (1690). Гюйгенс впервые использовал маятник для достижения регулярного хода часов и вывел формулу для периода колебаний математического и физического маятников. Математические работы Гюйгенса касались исследования конических сечений, циклоиды и других кривых. Ему принадлежит одна из первых работ по теории вероятности. С помощью усовершенствованной им астрономической трубы Гюйгенс открыл спутник Сатурна Титан.

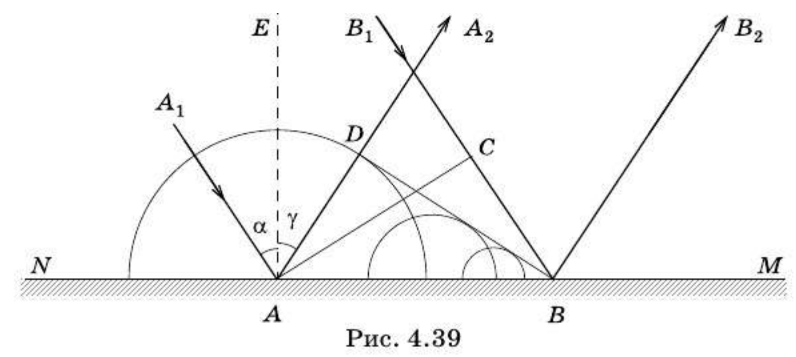


Рис. 4.39

На рисунке 4.39 вы видите плоскую волну, падающую на поверхность MN. Прямые A_1A и B_1B — два луча этой волны. Они параллельны друг другу. Плоскость AC — волновая поверхность падающей волны. Угол между падающим лучом и перпендикуляром к отражающей поверхности в точке падения называют *углом падения*.

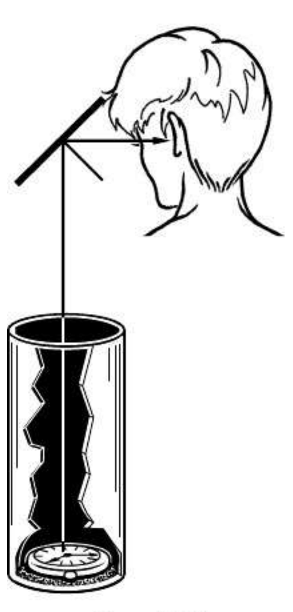
Волновую поверхность отражённой волны можно получить, если провести огибающую вторичных волн, центры которых лежат на границе раздела сред. Различные участки волновой поверхности AC достигнут отражающей границы неодновременно. Возбуждение колебаний в точке A начнётся раньше, чем в точке B, на время $\tau = \frac{CB}{v}$, где v — скорость распространения волны.

В момент, когда волна достигнет точки B и в этой точке начнётся возбуждение колебаний, вторичная волна с центром в точке A уже будет представлять собой полусферу радиусом $R = AD = \tau v = CB$. Радиусы вторичных волн от источников, расположенных между точками A и B, меняются так, как показано на рисунке 4.39. Огибающей вторичных волн является плоскость DB, касательная к сферическим поверхностям. Она представляет собой волновую поверхность отражённой волны. Отражённые лучи AA_2 и BB_2 перпендикулярны волновой поверхности DB. Угол γ между перпендикуляром EA и отражённым лучом называют *углом отражения*.

Так как $AD = CB$ и треугольники ADB и ACB прямоугольные, то $\angle DBA = \angle CAB$. Но $\alpha = \angle CAB$ и $\gamma = \angle DBA$, как углы с перпендикулярными сторонами. Следовательно, **угол отражения равен углу падения**:

$$\gamma = \alpha. \qquad (4.17.1)$$

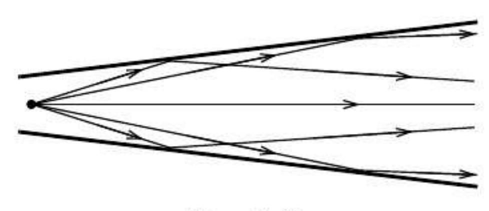
Кроме того, как вытекает из построения Гюйгенса, **падающий луч, луч отражённый и перпендикуляр, восставленный в точке падения, лежат в одной плоскости.** Эти два утверждения и представляют собой *закон отражения волн*.


Рис. 4.40

Справедливость закона отражения для звуковых волн можно проверить с помощью следующего простого опыта. В узкий высокий стеклянный сосуд нужно положить на кусок войлока часы. Тиканье часов будет отчётливо слышно, если поднести ухо к отверстию сосуда. Но можно услышать тиканье часов и при вертикальном положении ушной раковины в стороне от сосуда. Для этого над сосудом нужно поместить пластинку, отражающую звук (рис. 4.40). Слышимость будет максимальной в том случае, когда пластина расположена под углом 45° к вертикали. Правда, этот простой опыт не может претендовать на проверку закона отражения с большой точностью.

Отражение звука от твёрдых стенок используется в рупорах — простых устройствах, создающих направленную звуковую волну. Принцип действия рупора понятен из рисунка 4.41. По оси рупора распространяется от источника звука более мощная волна, чем в том случае, когда источник не снабжён рупором.

Отражение звука от стен, пола и потолка сильно влияет на слышимость звука в помещениях. Отражённый звук сливается с первоначально произнесённым и в больших помещениях заметно искажает его. Поэтому речь может сделаться малоразборчивой. Мягкая обивка кресел (например, в театрах), портьеры и т. д. уменьшают интенсивность отражённых волн и тем самым заметно влияют на качество звука. Всё это учитывают при проектировании зрительных залов. В кинотеатрах к потолку подвешивают щиты с отверстиями, сильно поглощающие звук.


Рис. 4.41

Существует специальная техническая дисциплина — *архитектурная акустика*.

? В чём состоит принцип Гюйгенса? Что такое вторичные волны?

§ 4.18. ПРЕЛОМЛЕНИЕ ВОЛН

На границе раздела двух сред с различными свойствами происходит не только отражение волн, но и их преломление. Волна, проникая из одной среды в другую, изменяет направление своего распространения — преломляется.

Вывод закона преломления волн

Если вы находитесь на берегу моря, то можете заметить, что гребни волн, набегающих на берег, параллельны береговой кромке. Происходит это из-за того, что скорость волн на поверхности воды зависит от глубины воды в данном месте. Когда волна приближается к берегу, то её участки, которые первыми достигают малых глубин, замедляются в первую очередь. В результате волна разворачивается (преломляется) так, что её волновые поверхности оказываются параллельными берегу.

Преломление волн при переходе из одной среды в другую вызвано различием в скоростях распространения волн в той и другой среде. Рассмотрим преломление волн на плоской границе раздела двух сред с помощью принципа Гюйгенса. Обозначим скорость волны в первой среде через υ_1, а во второй — через υ_2.

Пусть на границу раздела падает плоская волна (рис. 4.42). Как и в случае отражения, угол α между падаю-

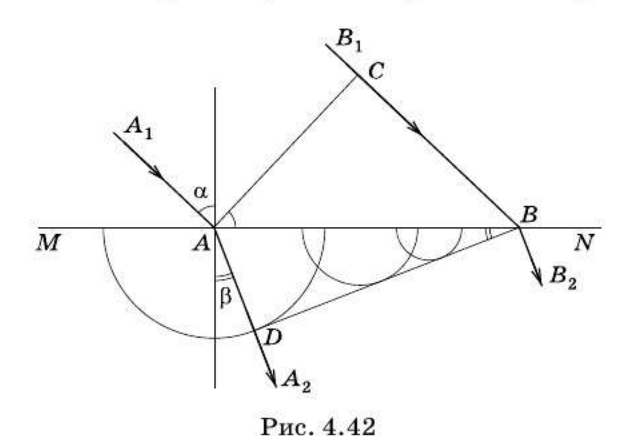


Рис. 4.42

щим лучом и перпендикуляром к поверхности раздела сред называют *углом падения*. Волновая поверхность AC перпендикулярна лучам A_1A и B_1B. Поверхности MN сначала достигнет луч A_1A. Луч B_1B достигнет поверхности спустя время

$$\Delta t = \frac{CB}{\upsilon_1}.$$

Поэтому в момент, когда вторичная волна в точке B только начнёт возбуждаться, волна от точки A уже будет иметь вид полусферы радиусом

$$AD = \upsilon_2 \Delta t.$$

Волновую поверхность преломлённой волны можно получить, проведя поверхность, касательную ко всем вторичным волнам во второй среде, центры которых лежат на границе раздела сред. В данном случае это плоскость BD. Она является огибающей вторичных волн.

Угол падения α луча, очевидно, равен углу CAB в треугольнике ABC (стороны одного из этих углов перпендикулярны сторонам другого). Следовательно,

$$CB = \upsilon_1 \Delta t = AB \sin \alpha. \qquad (4.18.1)$$

Углом преломления луча называется угол между преломлённым лучом и перпендикуляром к поверхности раздела сред. Угол преломления β равен углу ABD треугольника ABD. Поэтому

$$AD = \upsilon_2 \Delta t = AB \sin \beta. \qquad (4.18.2)$$

Разделив почленно (4.18.1) на (4.18.2), получим

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = n, \qquad (4.18.3)$$

где n — постоянная величина, не зависящая от угла падения. Она называется *показателем преломления*.

Из построения (см. рис. 4.42) видно, что **падающий луч, луч преломлённый и перпендикуляр, восставленный в точке падения, лежат в одной плоскости**. Данное утверждение совместно с уравнением (4.18.3), согласно которому **отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для двух сред,** представляет собой *закон преломления волн*.

? Используя принцип Гюйгенса, докажите законы отражения и преломления волн.

§ 4.19. ДИФРАКЦИЯ ВОЛН

Рассматривая отражение волн, мы предполагали, что отражающая поверхность очень велика. Однако очень часто волна встречает на своём пути небольшие (по сравнению с длиной волны) препятствия. Соотношение между длиной волны и размером препятствий определяет в основном поведение волны.

Волны способны огибать препятствия. Так, морские волны свободно огибают выступающий из воды камень, если его размеры меньше длины волны или сравнимы с ней. За камнем волны распространяются так, как если бы его не было совсем (маленькие камни на рисунке 4.43). Точно так же волна от брошенного в пруд камня огибает торчащий из воды прутик. Только за препятствием большого по сравнению с длиной волны размера (большой камень на рисунке 4.43) образуется «тень»: волны за препятствие не проникают.

Способностью огибать препятствия обладают и звуковые волны. Вы можете слышать сигнал машины за углом дома, когда самой машины не видно. В лесу деревья заслоняют ваших товарищей. Чтобы их не потерять, вы начинаете кричать. Звуковые волны, в отличие от света, свободно огибают стволы деревьев и доносят ваш голос до товарищей.

Отклонение от прямолинейного распространения волн, огибание волнами препятствий называется дифракцией*.

Дифракция присуща любому волновому процессу в той же мере, как и интерференция.



Рис. 4.43

Явление дифракции волн на поверхности воды можно наблюдать, если поставить на пути распространения волн экран с узкой щелью, размеры которой меньше длины волны (рис. 4.44). Хорошо будет видно, что за экраном распространяется круговая волна, как если бы в отверстии экрана располагалось колеблющееся тело — ис-



Рис. 4.44

* От латинского слова diffractus — «разломанный».



Рис. 4.45

точник волн. Согласно принципу Гюйгенса так и должно быть. Вторичные источники в узкой щели располагаются столь близко друг к другу, что их можно рассматривать как один точечный источник.

Если размеры щели велики по сравнению с длиной волны, то картина распространения волн за экраном совершенно иная (рис. 4.45). Волна проходит сквозь щель, почти не меняя своей формы. Только по краям можно заметить небольшие искривления волновой поверхности, благодаря которым волна частично проникает и в пространство за экраном.

Принцип Гюйгенса в его первоначальной формулировке позволяет понять, почему происходит дифракция. Вторичные волны, испускаемые участками среды, проникают за края препятствия, расположенного на пути распространения волны. Однако, исходя из приведённой выше формулировки принципа Гюйгенса, нельзя было объяснить дифракцию во всех деталях. Этот принцип нуждался в уточнении, которое и было сделано французским учёным О. Френелем (1788—1827) в начале XIX в. Согласно идее Френеля, **волновая поверхность в любой момент времени представляет собой не просто огибающую вторичных волн, а результат их интерференции.** О применении принципа Гюйгенса—Френеля будет рассказано в разделе «Оптика».

?

1. Почему интерференционная картина (см. рис. 4.37) отчётливо видна только вблизи прямой, проходящей посередине между источниками?
2. Почему в закрытых помещениях звук кажется громче, чем на открытом воздухе?
3. Почему слышны раскаты грома?
4. При взрыве, произведённом недалеко от дома, стёкла окон разбиваются не только со стороны, обращённой к взрыву, но и с противоположной стороны. Почему?
5. При каких условиях волны интерферируют/дифрагируют?

§ 4.20. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на механические волны нужно использовать формулы из главы «Механические колебания» и формулы из данной главы. Часто применяется выражение для скорости волны через частоту колебаний и длину волны: $\upsilon = \nu\lambda$. Надо также знать уравнение бегущей волны (4.5.4 и 4.5.7) и стоячей волны (4.6.3).

При определении собственных частот колебаний тела по формуле (4.7.2) следует иметь в виду, что она справедлива в тех случаях, когда оба конца колеблющегося тела либо закреплены, либо свободны. Необходимо помнить условия возникновения интерференционных максимумов и минимумов, а также законы отражения и преломления волн.

При решении некоторых задач нужно будет использовать законы механики Ньютона.

Задача 1

Исходя из сопоставления единиц физических величин, определите скорость распространения волн на поверхности жидкости с учётом только силы тяжести (длинные гравитационные волны). Предполагается, что глубина жидкости в сосуде $H \gg \lambda$ и амплитуда колебаний частиц в волне $s_m \ll \lambda$ (λ — длина волны).

Решение. Скорость распространения волн, о которых идёт речь в данной задаче, определяется силой тяжести. Сила тяжести характеризуется ускорением свободного падения g, единица которого выражается в метрах на секунду в квадрате.

Чтобы получить выражение для скорости, единица которой метр в секунду, нам надо ввести характерную величину, имеющую размерность длины, т. е. выражающуюся в метрах. Такой величиной является только длина волны, поскольку глубина сосуда очень велика, а амплитуда колебаний частиц в волне очень мала.

Из величин g и λ можно сконструировать величину, выражающуюся в метрах на секунду, единственным образом, а именно: $\upsilon = k\sqrt{g\lambda}$, где k — безразмерный коэффициент. Теоретические расчёты показывают, что $k = \frac{1}{2\pi}$.

Задача 2

Определите скорость распространения продольной упругой волны малой амплитуды в стальном стержне.

Решение. Для того чтобы возбудить в стержне продольную волну, надо произвести удар по его торцу (рис. 4.46). В ре-

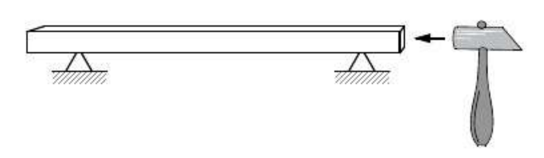


Рис. 4.46

зультате стержень деформируется на величину $\Delta l = u\Delta t$, где u — скорость, приобретённая частицами стержня при ударе, Δt — время удара (время действия силы $\vec{F}$).

За время Δt фронт возбуждённой при деформации стержня продольной волны переместится на расстояние $l = \upsilon\Delta t$, где υ — скорость распространения продольных волн. Следовательно, за время Δt в колебательное движение приходит часть стержня массой $\Delta m = \rho V = \rho Sl = \rho S\upsilon\Delta t$, где S — площадь поперечного сечения стержня.

По второму закону Ньютона

$$F\Delta t = \Delta(mu) = \Delta mu = \rho S\upsilon u\Delta t,$$

или

$$F = \rho Su\upsilon, \qquad (4.20.1)$$

где ρ — плотность стали.

Согласно закону Гука имеем:

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l},$$

где E — модуль Юнга.
Отсюда

$$F = \frac{ES\Delta l}{l} = \frac{ESu\Delta t}{\upsilon\Delta t} = \frac{ESu}{\upsilon}. \qquad (4.20.2)$$

Сравнивая выражения (4.20.1) и (4.20.2), получим:

$$\frac{ESu}{\upsilon} = \rho Su\upsilon.$$

Отсюда

$$\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Взяв из таблиц значения для модуля Юнга $E = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па и $\rho = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, определим $\upsilon = 5{,}2 \cdot 10^3$ м/с.

Задача 3

Определите скорость распространения υ поперечной волны в струне, площадь поперечного сечения которой S, если модуль силы её натяжения $\vec{F}$ можно считать постоянным*, а плотность вещества, из которого изготовлена струна, равна ρ.

Решение. Рассмотрим малый элемент струны длиной Δl, находящийся на гребне волны (рис. 4.47). Равнодействую-

* Натяжение можно считать постоянным при малой амплитуде волны.

Так как $\lambda = \frac{v}{\nu}$, а $v = \sqrt{\frac{F}{\rho S}}$ (см. задачу 3), то

$$\frac{1}{\nu}\sqrt{\frac{F}{\rho S}} = 2l.$$

Отсюда

$$\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}}.$$

Задача 5

Движущийся по реке теплоход даёт свисток, частота которого $\nu_0 = 400$ Гц. Стоящий на берегу наблюдатель воспринимает звук свистка как колебания с частотой $\nu = 395$ Гц. С какой скоростью u движется теплоход? Приближается или удаляется он от наблюдателя? Скорость звука v принять равной 340 м/с.

Решение. Частота звука зависит от скорости движения источника. При неподвижном источнике (точка A на рисунке 4.49) за время, равное периоду колебаний T, колебание распространится на расстояние, равное длине волны $\lambda_0 = vT$. Если же источник движется (точка A' на рисунке 4.49) со скоростью u, то за время T он пройдёт в направлении распространения волны путь uT, и колебание распространится за это время на расстояние $\lambda = \lambda_0 - uT = (v - u)T$. При удаляющемся источнике $\lambda = (v + u)T$. Таким образом, частота колебаний, воспринимаемых ухом неподвижного человека, от движущегося источника звука получается равной

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{v\nu_0}{v \pm u}.$$

Это выражение можно упростить, если $u \ll v$. Для этого умножим числитель и знаменатель на $(v \pm u)$ и пренебрежём членом $\left(\frac{u}{v}\right)^2$ по сравнению с $\frac{u}{v}$. Тогда

$$\nu = \nu_0\left(1 \pm \frac{u}{v}\right).$$

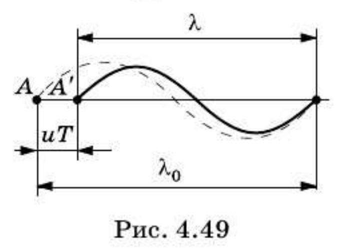


Рис. 4.49

Знаку «+» соответствует приближение источника, а знаку «−» — удаление. Это явление носит название *эффекта Доплера*.

Согласно условию задачи $\nu < \nu_0$, следовательно, теплоход удаляется от берега. Искомая скорость

$$u = v\left(1 - \frac{\nu}{\nu_0}\right) = 4{,}25 \text{ м/с.}$$

Задача 6

К верхнему концу цилиндрического сосуда, в который постепенно наливают воду, поднесён звучащий камертон. Звук, издаваемый камертоном, заметно усиливается, когда расстояния от поверхности жидкости до верхнего края сосуда достигают значений $h_1 = 25$ см и $h_2 = 75$ см. Определите частоту колебаний ν камертона. Скорость звука v принять равной 340 м/с.

Решение. Звучание камертона усиливается в том случае, когда частота свободных колебаний воздушного столба в сосуде совпадает с частотой колебаний камертона. Свободные колебания воздушного столба в закрытой с одного конца трубе соответствуют установлению в ней стоячей волны такой длины λ, что у закрытого конца образуется узел, а у открытого — пучность. Итак, вдоль столба воздуха длиной h укладывается $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \ldots$ длин волн, т. е. в общем случае

$$h_k = \frac{2k+1}{4}\lambda,$$

где $k = 0, 1, 2, \ldots$ — целые числа.

Так как частота колебаний связана с длиной волны формулой $\nu = \frac{v}{\lambda}$, то для соответствующей некоторому значению k частоты камертона получаем:

$$\nu_k = \frac{2k+1}{4h_k}v.$$

По условию задачи частота имеет вполне определённое значение. Поэтому различным резонансным высотам h_1 и h_2 воздушного столба должны соответствовать два значения k, отличающиеся на единицу: $k_1 = n$ и $k_2 = n + 1$. Это значит, что

$$\frac{2k_1+1}{4h_1}v = \frac{2k_2+1}{4h_2}v \text{ или } \frac{2n+1}{h_1} = \frac{2(n+1)+1}{h_2}.$$

Отсюда находим n:

$$n = \frac{3h_1 - h_2}{2(h_2 - h_1)} = 0.$$

Следовательно, $k_1 = 0$ и $k_2 = 1$.
Поэтому

$$\nu = \frac{v}{4h_1} = 340 \text{ Гц, или } \nu = \frac{3v}{h_2} = 340 \text{ Гц.}$$

УПРАЖНЕНИЕ 4

1. Определите частоту ν звуковых колебаний в стали, если расстояние l между ближайшими точками бегущей звуковой волны, колеблющимися с разностью фаз 90°, равно 1,54 м. Скорость звуковых волн в стали $v = 5000$ м/с.

2. Плоская поперечная волна задана уравнением

$$s = 2 \cdot 10^{-4} \sin (628t - 0{,}3x),$$

где s — смещение частицы в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны, x — расстояние вдоль луча от источника колебаний. Определите частоту колебаний ν, скорость распространения волны v, длину волны λ и амплитуду колебаний скорости каждой частицы u_m. Все величины в данном уравнении выражены в единицах СИ.

3. Точки, находящиеся на одном луче и удалённые от источника колебаний на $l_1 = 12$ м и $l_2 = 14{,}7$ м, колеблются с разностью фаз $\frac{3}{2}\pi$ рад. Определите скорость волны в данной среде, если период колебаний источника $T = 10^{-3}$ с.

4. Вибратор в среде совершает гармонические колебания, описываемые уравнением $s = 3 \cdot 10^{-2} \sin 20\pi t$ (в единицах СИ). Считая волну плоской, определите смещение точки, расположенной на расстоянии 5 м от источника колебаний, через 0,1 с после начала колебаний при скорости распространения волны 200 м/с.

5. Определите собственные частоты колебаний воздушного столба в закрытой с обоих концов трубе длиной $l = 3{,}4$ м. Скорость звука v принять равной 340 м/с.

6. Труба, длина которой $l = 1$ м, заполнена воздухом при нормальном атмосферном давлении. Рассмотрите три случая: труба открыта с одного конца; труба открыта с обоих концов; труба закрыта с обоих концов. При каких наименьших частотах в трубе будут возникать стоячие волны в указанных случаях? Скорость звука принять равной 340 м/с.

7. Тонкую струну заменили струной из того же материала, но имеющей вдвое больший диаметр. Во сколько раз нужно изменить силу натяжения струны, чтобы частота колебаний струны не изменилась?

8. На расстоянии $l = 1068$ м от наблюдателя ударяют молотком по железнодорожному рельсу. Наблюдатель, приложив ухо к рельсу, услышал звук на $\tau = 3$ с раньше, чем он дошёл до него по воздуху. Чему равна скорость v_1 звука в стали? Скорость звука в воздухе v принять равной 333 м/с.

9. Из пункта A в пункт B был послан звуковой сигнал частотой $\nu = 50$ Гц, распространяющийся со скоростью $v_1 = 330$ м/с. При этом на расстоянии от A до B укладывалось целое число длин волн. Этот опыт повторили, когда температура была на $\Delta T = 20$ К выше, чем в первом случае. Число длин волн, укладывающихся на расстоянии от A до B, уменьшилось во втором случае на две длины волны. Найдите расстояние l между пунктами A и B, если известно, что при повышении температуры на 1 К скорость звука увеличивается на 0,5 м/с.

10. На рисунке 4.50 изображено поперечное сечение большого сосуда с жидкостью. Слева из среды с глубиной h_1 под углом φ_1 к границе раздела глубин движется плоская волна, длина которой $\lambda \gg h_1$. Под каким углом к границе раздела глубин будет распространяться эта волна в среде, где глубина жидкости h_2? Считать скорость волн равной $v = k\sqrt{gh}$, где k — постоянный коэффициент.

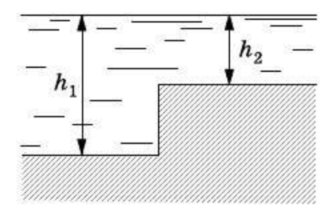


Рис. 4.50

11. Звуковые волны частотой ν имеют в первой среде длину λ_1, а во второй среде λ_2. Как изменится скорость распространения этих волн при переходе из первой среды во вторую, если $\lambda_1 = 2\lambda_2$?

12. Во сколько раз изменится длина звуковой волны при переходе звука из воздуха в воду? Скорость звука в воде $v_1 = 1480$ м/с, в воздухе $v_2 = 340$ м/с.

13. При каком расстоянии между источниками (см. рис. 4.37) ни в одной точке не будет полного гашения волн?

14. Один из двух неподвижных кораблей излучает в воду ультразвуковой сигнал, который принимается в воде приёмником второго корабля дважды: через время t_1 и t_2 ($t_2 > t_1$) от момента излучения сигнала первым кораблём. Считая дно горизонтальным и скорость звука в воде равной v, определите глубину моря H.

15. Скорость звука в стержне из дюралюминия $v = 5{,}1 \cdot 10^3$ м/с. Плотность дюралюминия $\rho = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3. Определите модуль Юнга.

---

1. Поясните смысл фразы: «Волна недовольства нарастала». Приведите конкретные примеры проявления данного факта из своей жизни.

2. Напишите эссе «Бегущие волны и бегущие по волнам: вымысел и реальность».

3. Соберите фотоальбом «Вижу волну» и аудиоальбом «Слышу волну».

4. Подготовьте доклад «Современные акустические исследования».

5. Напишите эссе «Мысли со скоростью звука...».

6. Изобразите линейку скоростей в живой и неживой природе по отношению к скорости звука (при выполнении задания используйте различные графические редакторы).

7. Разработайте проект по уменьшению воздействия шума на человека.

8. Что вы слышали об индустриальной музыке [например, *нойз* (от англ. noise — шум) — один из старейших стилей в индустриальной музыке]? Найдите аудиопримеры индустриальной музыки. Как вы думаете, чем обусловлено появление новых стилей и видов музыки (аргументируйте на конкретных примерах)?

9. Соберите аудиоколлекцию различных тембров звука.

10. Подготовьте доклад «Камертон и тюнер: значение слов, история появления, предназначение».

Глава 5

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Электромагнитные колебания могут распространяться в пространстве с течением времени благодаря тому, что электромагнитное поле обладает ещё одним важным свойством, о котором пока не было сказано. Это свойство было открыто великим английским физиком Джеймсом Клерком Максвеллом (1831—1879).

§ 5.1. СВЯЗЬ МЕЖДУ ПЕРЕМЕННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ И ПЕРЕМЕННЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЯМИ

Колебания заряда и силы тока в колебательном контуре сопровождаются колебаниями напряжённости электрического поля и магнитной индукции в окружающем контур пространстве. Подобно механическим колебаниям в среде (*газе, жидкости, твёрдом теле*), *распространяющимся в пространстве с течением времени, колебания электромагнитного поля тоже распространяются в пространстве. Только это происходит не в какой-либо среде, а в вакууме. Среда влияет на распространение колебаний, но не является необходимой для их существования.*

О симметрии

Мы уже знаем, что в явлении электромагнитной индукции Максвелл усмотрел порождение вихревого электрического поля переменным магнитным полем. Следующий и уже последний шаг в открытии основных свойств электро-

магнитного поля был им сделан без какой-либо опоры на эксперимент.

Точно неизвестно, какими соображениями руководствовался при этом Максвелл. Это могли быть те же самые соображения, которые заставили строителей Аничкова моста в Санкт-Петербурге поставить фигуры укрощаемых лошадей по обе стороны дороги; те же соображения, которые не позволяют вам перегружать вещами одну половину комнаты за счёт другой. Это не что иное, как соображения *симметрии*, но только симметрии не в узком геометрическом смысле, а понимаемой более широко.

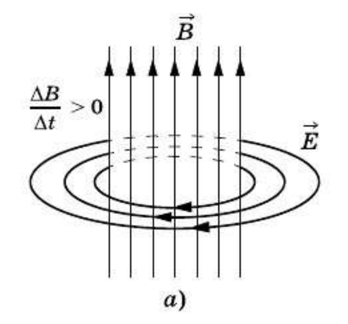
Свойства симметрии глубоко заложены в природе, и, по-видимому, именно поэтому симметрия воспринимается нами как необходимая гармония окружающего мира. В электромагнитных явлениях, конечно, речь идёт не о той внешней красоте и изяществе, которая может быть присуща тому, что мы наблюдаем непосредственно с помощью органов чувств. Здесь речь может идти о внутренней стройности, гармоничности и единстве, которую открывает природа перед человеком, стремящимся постичь её изначальные законы. Чувствуя эту гармонию в природе, человек, естественно, стремится усмотреть её и там, где факты пока ещё не демонстрируют её с полной наглядностью.

Возникновение магнитного поля при изменении электрического поля

Переменное магнитное поле порождает электрическое поле с замкнутыми силовыми линиями. При изменении со временем магнитной индукции $\vec{B}$ возникает электрическое поле, линии напряжённости которого охватывают линии магнитной индукции (рис. 5.1, *а*). Чем быстрее меняется магнитная индукция, тем больше напряжённость электрического поля. При возрастании магнитной индукции $\left(\frac{\Delta B}{\Delta t} > 0\right)$ направление напряжённости образует *левый винт* с направлением вектора $\vec{B}$.

Итак, магнитное поле порождает электрическое. Не существует ли в природе обратного процесса, когда переменное электрическое поле, в свою очередь, порождает магнитное? Это предположение, диктуемое соображениями симметрии, составляет основу гипотезы Максвелла.

Максвелл допустил, что такого рода процесс реально происходит в природе. **Во всех случаях, когда электрическое**



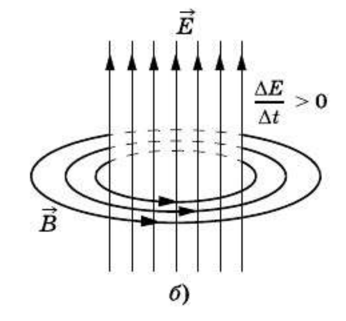


Рис. 5.1

поле изменяется со временем, оно порождает магнитное поле. Линии магнитной индукции этого поля охватывают линии напряжённости электрического поля (рис. 5.1, *б*) подобно тому, как линии напряжённости электрического поля охватывают линии индукции переменного магнитного поля. Но только при возрастании напряжённости электрического поля $\left(\frac{\Delta E}{\Delta t} > 0\right)$ направление вектора индукции $\vec{B}$ возникающего магнитного поля образует *правый винт* с направлением вектора $\vec{E}$. Глубокий смысл замены левого винта в явлении электромагнитной индукции правым мы выясним в дальнейшем. (Если, напротив, магнитное поле убывает, то линии напряжённости $\vec{E}$ образуют правый винт с линиями индукции $\vec{B}$, а при ослаблении электрического поля линии индукции $\vec{B}$ образуют левый винт с линиями напряжённости $\vec{E}$.)

Утверждение Максвелла некоторое время оставалось не чем иным, как гипотезой. Причём гипотезой, которую мы сейчас с полным правом можем назвать гениальной. Её справедливость была доказана экспериментальным обнаружением электромагнитных волн. Электромагнитные волны существуют только потому, что переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле, которое, в свою очередь, порождает магнитное поле и т. д.

Ток смещения

Переменное электрическое поле в пустоте или внутри диэлектрика было названо Максвеллом током смещения. Название «ток» было применено потому, что это поле порожда-

ет магнитное поле точно так же, как обычный ток. Добавка «смещения», с одной стороны, говорит нам, что это не обычный ток, а нечто специфическое, а с другой стороны, напоминает о том отдалённом времени, когда с изменением электрического поля в вакууме связывалось смещение частиц гипотетической среды — эфира.

После введения представлений о токе смещения появилась возможность любой электрический ток рассматривать как замкнутый. Так, например, в колебательном контуре ток проводимости в катушке (упорядоченное движение электронов) сменяется током смещения между обкладками конденсатора (изменяющимся со временем электрическим полем, рис. 5.2). Причём переменное электрическое поле создаёт такое же магнитное поле, как если бы между обкладками существовал ток проводимости, равный току в катушке.

Сейчас может показаться, что в гипотезе Максвелла нет ничего необычного. Не мог ли её высказать любой учёный? Нет! Не надо забывать, что сама возможность гипотезы о возникновении магнитного поля при изменении электрического появилась лишь после объяснения электромагнитной индукции на основе представлений о поле. И это в то время, когда большинство известных учёных вообще не придавали самому понятию поля сколько-нибудь серьёзного значения и когда до момента экспериментального доказательства его существования оставалось ещё несколько десятков лет.

Максвелл не только высказал гипотезу, но и сформулировал точный количественный закон, определяющий значение магнитной индукции в зависимости от скорости изменения напряжённости электрического поля (ток смещения, по Максвеллу, пропорционален скорости изменения напряжённости электрического поля).

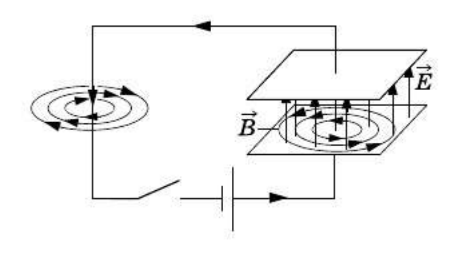


Рис. 5.2

Можно только изумляться той исключительной последовательности и настойчивости, той уверенности в справедливости своих идей, которые проявил Максвелл при формулировке законов электромагнитного поля. Уже с самого начала, когда Максвелл занялся электродинамикой после успешной работы в области молекулярно-кинетической теории строения вещества, он сразу решил читать только экспериментальные работы и не читать теоретических, чтобы ничего предвзятого не возникало в суждениях о законах этих явлений*. Такой способ действия оказался удивительно плодотворным и помог Максвеллу выработать собственную цельную точку зрения на электромагнитные процессы.

Максвелл смело положил в основу теории объект, экспериментальное существование которого не было доказано, — поле. И далее, идя шаг за шагом, опираясь на установленные опытным путём закономерности (законы Кулона, Ампера, Био—Савара—Лапласа и закон электромагнитной индукции Фарадея), он пришёл к конечной цели. Гипотеза о токах смещения была последним принципиальным звеном. Здесь Максвелл наделил гипотетический объект новым гипотетическим свойством, не имея на то, в отличие от предыдущих случаев, прямых экспериментальных указаний.

§ 5.2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

После открытия взаимосвязи между электрическим и магнитным полями стало ясно, что эти поля не существуют обособленно, независимо одно от другого.

Зависимость характеристик электрического и магнитного полей от системы отсчёта

Нельзя создать переменное магнитное поле без того, чтобы одновременно в пространстве не возникло и электрическое поле. И наоборот, переменное электрическое поле не может существовать без магнитного.

---

* На Максвелла особое впечатление произвёл фундаментальный труд Фарадея «Экспериментальные исследования по электричеству». «Я решил, — писал он, — не читать ни одного математического труда в этой области, покуда не изучу достаточно основательно «Экспериментальных исследований по электричеству».

Правда, покоящийся заряд создаёт только электрическое поле (рис. 5.3). Но ведь заряд покоится лишь относительно определённой системы отсчёта. Относительно других систем отсчёта он будет двигаться и, следовательно, создавать и магнитное поле (рис. 5.4).

Точно так же лежащий на столе магнит создаёт только магнитное поле. Но движущийся относительно него наблюдатель обнаружит и электрическое поле в полном соответствии с явлением электромагнитной индукции.

Значит, **утверждение, что в данной точке пространства существует только электрическое или только магнитное поле, бессмысленно, если не указать, по отношению к какой системе отсчёта эти поля рассматриваются.** Отсутствие электрического поля в системе отсчёта, содержащей покоящийся магнит, совсем не означает, что электрического поля нет вообще. По отношению к любой движущейся относительно магнита системе отсчёта это поле может быть обнаружено.

Подобно тому как меняется окраска окружающего нас пейзажа, если рассматривать его сквозь различные цветные стёкла (светофильтры), меняются количественные характеристики полей при переходе от одной системы отсчёта к другой. Подобно тому как синие предметы становятся на чёрном фоне невидимыми, если их рассматривать через красное стекло, подходящим выбором системы отсчёта мы можем в ряде случаев сделать ненаблюдаемыми магнитное поле или электрическое поле.

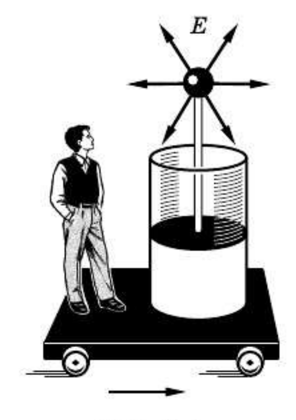


Рис. 5.3

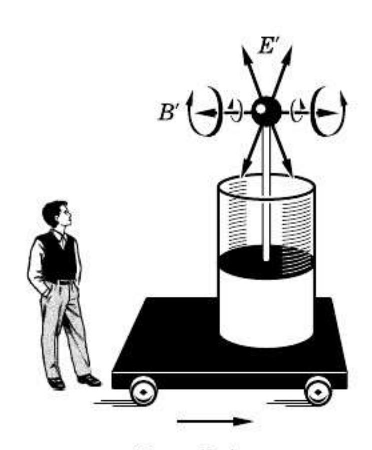


Рис. 5.4

Разница в одном, но очень важном обстоятельстве. Мы можем отбросить цветные стёкла и сказать: вот истинные цвета пейзажа, вот каков он в действительности! С полным правом один из светофильтров (атмосферу) можно объявить привилегированным. Сделать же это с системой отсчёта нельзя. Все инерциальные системы отсчёта имеют совершенно одинаковые права на существование. Поэтому нет какой-то особой конфигурации полей, имеющих абсолютную значимость, независимую от системы отсчёта.

На основании сказанного можно сделать вывод: **электрические и магнитные поля — проявление единого целого: электромагнитного поля.**

В зависимости от того, в какой системе отсчёта рассматриваются электромагнитные процессы, проявляются те или иные стороны этого единого целого.

Как передаются электромагнитные взаимодействия?

Фундаментальные законы природы, к числу которых относятся полученные Максвеллом уравнения, обобщающие основные законы электродинамики, замечательны в следующем отношении: они могут дать *гораздо больше*, чем заключено в тех фактах, на основе которых они получены. Если бы каждый закон содержал в себе лишь те факты, из которых он выведен, то законов было бы столько же, сколько явлений природы. Вместо современной науки мы имели бы необозримое скопление сведений о наблюдаемых в природе процессах, но ничего не могли бы предсказать.

Среди бесчисленных, очень интересных и важных следствий, вытекающих из максвелловских уравнений электромагнитного поля, одно заслуживает особого внимания. Это вывод о *конечности скорости* распространения электромагнитных взаимодействий.

Согласно теории дальнодействия, кулоновская сила, действующая на электрический заряд, сразу же изменится, если соседний заряд сдвинуть с места. Действие передаётся мгновенно. С точки зрения действия на расстоянии, иначе быть не может. Ведь один заряд непосредственно через пустоту «чувствует» присутствие другого.

По Максвеллу же дело обстоит совершенно иначе и много сложнее. Перемещение заряда меняет электрическое поле вблизи него. Это переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле в соседних областях пространства. Переменное магнитное поле, в свою очередь, порождает

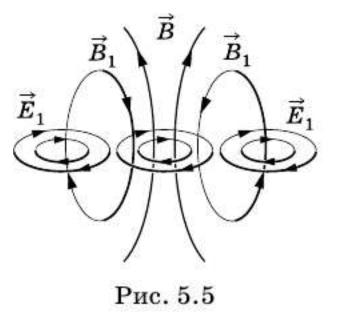


Рис. 5.5

переменное электрическое поле и т. д. Причём возникающее вихревое магнитное или вихревое электрическое поле гасит поле в тех областях пространства, где оно уже имелось, но захватывает новые области пространства (рис. 5.5)*.

Перемещение заряда вызывает, таким образом, «всплеск» электромагнитного поля, который, распространяясь, охватывает всё большие и большие области окружающего пространства, перестраивая при этом то поле, которое существовало до смещения заряда. Наконец, этот «всплеск» достигает второго заряда, что и приводит к изменению действующей на него силы. Но произойдёт это не в тот момент времени, когда произошло смещение первого заряда. Процесс распространения электромагнитного возмущения, механизм которого был раскрыт Максвеллом, протекает с конечной, хотя и очень большой, скоростью.

Максвелл чисто математически показал, что скорость распространения этого процесса равна скорости света в пустоте — 300 000 км/с. Вот новое фундаментальное свойство поля, которое делает его, наконец, осязаемой реальностью.

Можно поставить в принципе опыт по измерению времени распространения возмущения между двумя зарядами. Практически, правда, подобный опыт трудно осуществить, так как очень велика скорость. Конечность скорости передачи электромагнитных взаимодействий была установлена по-другому.

§ 5.3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА

Представьте себе, что электрический заряд не просто сместился из одной точки в другую, а приведён в быстрые колебания вдоль некоторой прямой, так что он движется подобно

---

* Всё происходит по тем правилам определения направления напряжённости и магнитной индукции полей, о которых говорилось. Если бы напряжённости и индукции полей были направлены иначе, то это привело бы к нарушению закона сохранения энергии. Созданное в пространстве магнитное поле нарастало бы со временем, распространяясь во все стороны.

грузу, подвешенному на пружине, но только много быстрее. Тогда электрическое поле в непосредственной близости от заряда начнёт периодически изменяться. Период этих изменений, очевидно, равен периоду колебаний заряда. Переменное электрическое поле будет порождать периодически меняющееся магнитное поле, а последнее, в свою очередь, вызовет появление переменного электрического поля уже на большем расстоянии от заряда и т. д.

В окружающем заряд пространстве, захватывая всё большие и большие области, возникает система периодически изменяющихся электрических и магнитных полей. На рисунке 5.6 изображён «моментальный снимок» такой системы полей. Образуется так называемая *электромагнитная волна*, бегущая по всем направлениям от колеблющегося заряда. В каждой точке пространства электрические и магнитные поля меняются во времени периодически. Чем дальше расположена точка от заряда, тем позднее достигнут её колебания полей. Следовательно, на разных расстояниях от заряда колебания происходят с различными фазами.

Электромагнитные волны излучаются колеблющимися зарядами. При этом существенно, что скорость движения таких зарядов меняется со временем, т. е. что они движутся с *ускорением*. **Наличие ускорения — главное условие излучения электромагнитных волн.** Электромагнитное поле излучается заметным образом не только при колебаниях заряда, но и при любом быстром изменении его скорости, причём интенсивность излучённой волны тем больше, чем больше ускорение, с которым движется заряд.

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в электромагнитной волне перпендикулярны друг другу и перпендикулярны направлению распространения волны. **Электромагнитная волна является попереч-**

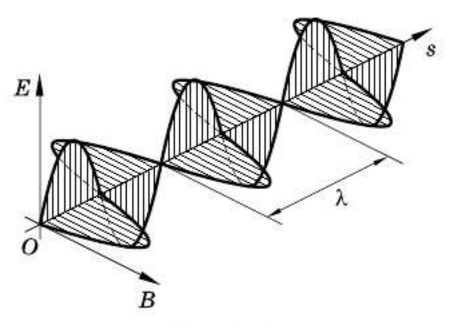


Рис. 5.6

ной. Если вращать буравчик с правой нарезкой от вектора $\vec{E}$ к вектору $\vec{B}$, то поступательное перемещение буравчика будет совпадать с вектором скорости волны $\vec{v}$.

Максвелл был глубоко убеждён в реальности электромагнитных волн, но он не дожил до их экспериментального обнаружения. Лишь через 10 лет после его смерти электромагнитные волны были экспериментально получены Г. Герцем.

? **1.** В системе отсчёта, движущейся со скоростью упорядоченного перемещения электронов в проводнике, электроны покоятся. Почему же и в этой системе на проводник будет действовать со стороны магнитного поля сила Ампера?

2. Можно ли выбрать такую систему отсчёта, в которой индукция магнитного поля, созданного проводником с током, равнялась бы нулю?

3. Возникнет ли электромагнитная волна, если скорость изменения напряжённости электрического поля в некоторой области пространства постоянна $\left(\frac{\Delta E}{\Delta t} = \text{const}\right)$?

§ 5.4. ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Электромагнитная волна образуется благодаря взаимной связи переменных электрических и магнитных полей: изменение одного поля приводит к появлению другого. Чем быстрее меняется со временем магнитная индукция, тем больше напряжённость возникающего электрического поля. И в свою очередь, чем быстрее меняется напряжённость электрического поля, тем больше магнитная индукция.

Следовательно, для образования интенсивных электромагнитных волн необходимо создать электромагнитные колебания достаточно высокой частоты.

При этом условии напряжённость электрического поля $\vec{E}$ и индукция магнитного поля $\vec{B}$ будут меняться быстро.

Вибратор Герца

Колебания высокой частоты, значительно превышающей частоту промышленного тока (50 Гц), можно получить с помощью колебательного контура. Частота колебаний

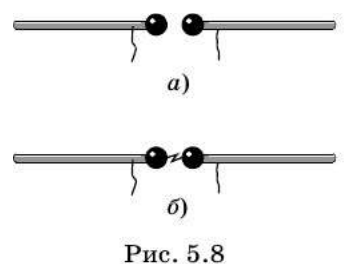


Рис. 5.8

ру. Это просто прямой провод (рис. 5.7, *в*). В открытом контуре заряды не сосредоточены на концах, а распределены по всему проводнику. Ток в данный момент времени во всех сечениях проводника направлен в одну и ту же сторону, но сила тока не одинакова в различных сечениях проводника. На концах она равна нулю, а посередине достигает максимума. (Напомним, что в обычных цепях переменного тока сила тока во всех сечениях в данный момент времени одинакова.)



Для возбуждения колебаний в таком контуре нужно провод разрезать посередине так, чтобы остался небольшой воздушный промежуток, называемый искровым (рис. 5.8, *а*). Благодаря этому промежутку можно зарядить оба проводника до высокой разности потенциалов. Когда разность потенциалов превысит некоторое предельное значение, проскакивает искра, цепь замыкается и в открытом контуре возникают колебания (рис. 5.8, *б*). Из-за малой ёмкости и индуктивности частота колебаний очень велика. Колебания, разумеется, будут затухающими по двум причинам: во-первых, вследствие наличия у вибратора активного сопротивления, которое особенно велико в искровом промежутке; во-вторых, из-за того, что вибратор излучает электромагнитные волны и теряет при этом энергию. После того как колебания прекратятся, источник вновь заряжает оба проводника до наступления пробоя искрового промежутка и всё повторяется сначала (рис. 5.9).

В настоящее время для получения незатухающих колебаний в открытом колебательном контуре его связывают индуктивно с колебательным контуром генератора на транзисторе или лампового генератора.

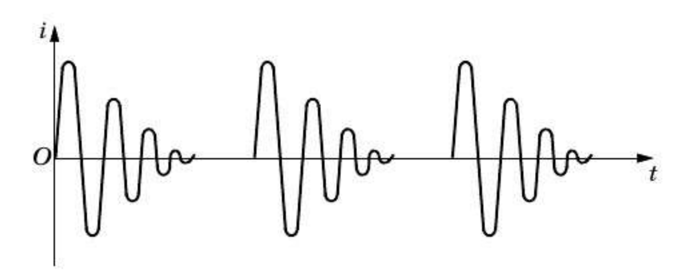


Рис. 5.9

Опыты Герца

Герц получал электромагнитные волны, возбуждая в вибраторе с помощью источника высокого напряжения серию импульсов быстропеременного тока. Колебания электрических зарядов в вибраторе создают электромагнитную волну. Только колебания в вибраторе совершает не одна заряженная частица, а огромное число электронов, движущихся согласованно. В электромагнитной волне векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны друг другу, причём вектор $\vec{E}$ лежит в плоскости, проходящей через вибратор, а вектор $\vec{B}$ перпендикулярен этой плоскости. На рисунке 5.10 показаны линии напряжённости электрического и индукции магнитного полей вокруг вибратора в фиксированный момент времени: в горизонтальной плоскости расположены линии индукции магнитного поля, а в вертикальной — линии напряжённости

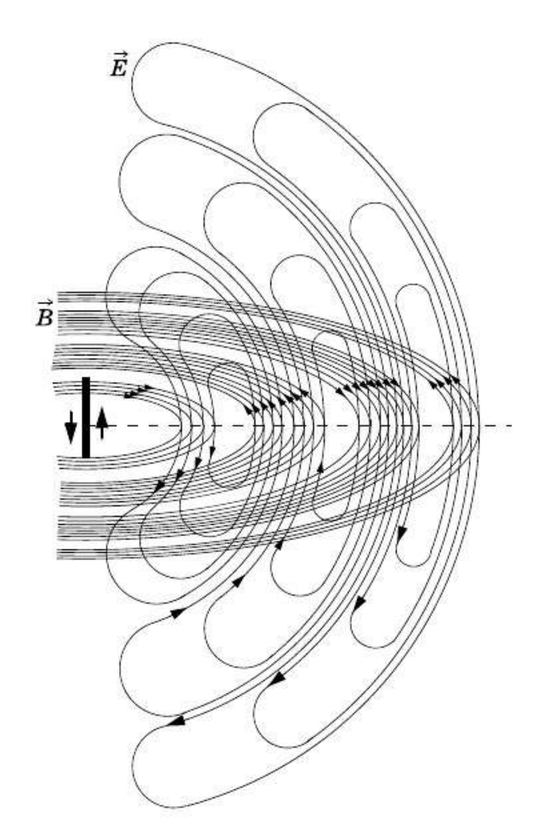


Рис. 5.10



Герц Генрих (1857—1894) — немецкий физик, впервые экспериментально доказавший в 1886 г. существование электромагнитных волн. Исследуя электромагнитные волны, Герц установил тождественность основных свойств электромагнитных и световых волн. Работы Герца послужили экспериментальным доказательством справедливости теории электромагнитного поля и, в частности, электромагнитной теории света. Уравнения Максвелла в современной форме были записаны Герцем.

В 1887 г. Герц впервые наблюдал фотоэффект.

электрического поля. Излучение волн происходит с максимальной интенсивностью в направлении, перпендикулярном оси вибратора*. Вдоль оси излучения не происходит.

Электромагнитные волны регистрировались Герцем с помощью приёмного вибратора, представляющего собой такое же устройство, как и излучающий вибратор. Под действием переменного электрического поля электромагнитной волны в приёмном вибраторе возбуждаются колебания тока. Если собственная частота приёмного вибратора совпадает с частотой электромагнитной волны, наблюдается резонанс и колебания в приёмном вибраторе происходят с большой амплитудой. Герц обнаруживал их, наблюдая искорки в очень маленьком промежутке между проводниками приёмного вибратора.

Герц не только получил электромагнитные волны, но и установил, что они ведут себя подобно другим видам волн. В частности, он наблюдал отражение электромагнитных волн от металлического листа и интерференцию волн. При сложении волны, идущей от вибратора, с волной, отражённой от металлического листа, образуется стоячая волна. Перемещая приёмный вибратор, можно найти положение пучностей стоячей волны и определить длину волны. Длина волны равна удвоенному расстоянию между пучностями.

---

* Сопоставьте графическое изображение электромагнитной волны на рисунках 5.6 и 5.10.

Скорость распространения электромагнитных волн

В опытах Герца длина волны составляла несколько десятков сантиметров. Вычислив собственную частоту электромагнитных колебаний вибратора, Герц смог определить скорость электромагнитной волны по формуле $\upsilon = \lambda\nu$. Она оказалась равной скорости света $c = 300\ 000$ км/с.

Опыты Герца блестяще подтвердили теоретические предсказания Максвелла.

§ 5.5. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

Теория излучения электромагнитных волн вибратором, основанная на уравнениях Максвелла, была создана Г. Герцем. Сам Максвелл только доказал, что его система уравнений допускает решение в форме электромагнитных волн.

Последовательная теория излучения электромагнитных волн очень сложна. Мы ограничимся изложением упрощённого вывода основной формулы излучения, связывающей напряжённость электрического поля и индукцию магнитного поля электромагнитной волны с ускорением электрического заряда. Этот вывод был предложен Дж. Дж. Томсоном.

Напряжённость электрического поля заряда, движущегося с ускорением

Рассмотрим электрический заряд q, движущийся с постоянной скоростью $\upsilon \ll c$ вдоль прямой MN. В некоторый момент времени заряд начинает тормозиться и за очень малое время τ останавливается в точке O (рис. 5.11) в момент времени $t_0 = 0$.

Когда заряд движется с постоянной скоростью, его «сопровождает» электрическое поле, силовые линии которого представляют собой прямые, начинающиеся на заряде. Одна из таких линий OC, составляющая угол θ с направлением движения заряда, изображена на рисунке 5.11. При торможении заряда силовые линии начинают деформироваться, так как

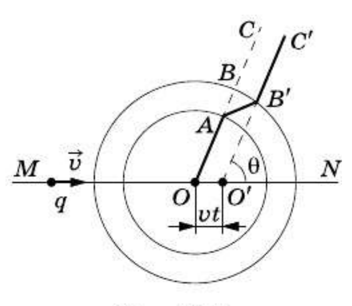


Рис. 5.11

электромагнитные взаимодействия распространяются с конечной скоростью c, и удалённые участки силовых линий при торможении заряда сразу не меняются и продолжают перемещаться так, как если бы заряд двигался по-прежнему равномерно. В результате ускорения силовые линии возле заряда изгибаются, и этот изгиб со скоростью c перемещается вдоль силовой линии. При остановке заряда его кулоновское поле восстанавливается вначале в окрестности заряда, а затем постепенно во всём окружающем пространстве. На рисунке 5.12 представлена примерная форма силовой линии в различные моменты времени.

Если заряд останавливается спустя время τ после начала торможения, то за время $t - \tau$ его кулоновское поле восстанавливается внутри сферы радиусом $c(t - \tau)$. На рисунке 5.11 показана силовая линия OA внутри этой сферы. Вне сферы радиусом $r = ct$ силовые линии ещё не успевают деформироваться. В момент времени t силовая линия изображена отрезком $B'C'$. Такое положение силовая линия имела бы, если бы торможения не происходило. Заряд за это время сместился бы относительно точки, где началось торможение, на отрезок $v(t + \tau)$. Будем считать $t \gg \tau$. Тогда это расстояние примерно равнялось бы $vt = OO'$ (см. рис. 5.11). Силовая линия имела бы форму луча $O'C'$.

Изгиб силовой линии AB' означает появление у ускоренно движущегося заряда составляющей напряжённости электрического поля, перпендикулярной радиусу, соединяющему данную точку поля с зарядом. Это и есть вихревое электрическое поле электромагнитной волны. Вычислим напряжённость этого (поперечного) поля.

Направление силовой линии на участке AB' совпадает с направлением напряжённости $\vec{E}$ электрического поля (рис. 5.13). Эту напряжённость можно рассматривать как

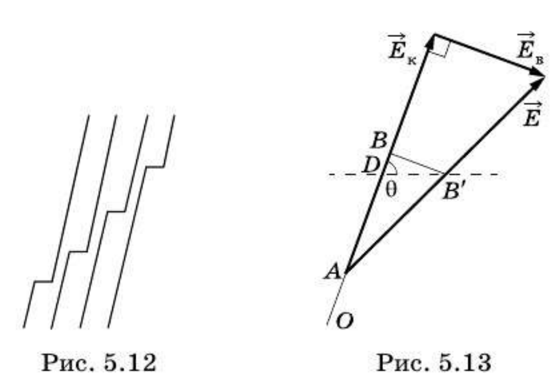


Рис. 5.12 Рис. 5.13

сумму двух векторов: напряжённости $\vec{E}_к$ кулоновского поля, направленного по радиусу от заряда, и напряжённости $\vec{E}_в$ поперечного поля электромагнитной волны: $\vec{E} = \vec{E}_к + \vec{E}_в$. Модуль напряжённости кулоновского поля в точке B равен (в системе Гаусса):

$$E_к = \frac{q}{r^2}. \qquad (5.5.1)$$

Вследствие того, что $\upsilon \ll c$ и τ мало, дугу BB' можно рассматривать как отрезок прямой (см. рис. 5.11). Прямоугольный треугольник векторов напряжённостей $\vec{E}_к$, $\vec{E}_в$ и $\vec{E}$ подобен треугольнику ABB' (см. рис. 5.13). Следовательно,

$$\frac{E_в}{E_к} = \frac{BB'}{AB}. \qquad (5.5.2)$$

Согласно построению (см. рис. 5.11, 5.13)

$$AB = c\tau, \text{ а } BB' = DB'\sin\theta = OO'\sin\theta =$$
$$= \upsilon t\sin\theta = \frac{\upsilon r}{c}\sin\theta,$$

где r — радиус сферы OB.

С учётом этих соотношений и выражения (5.5.1) из уравнения (5.5.2) получим:

$$E_в = \frac{q}{c^2 r}\,\frac{\upsilon}{\tau}\sin\theta. \qquad (5.5.3)$$

Отношение $\frac{\upsilon}{\tau} = a$ представляет собой модуль ускорения заряда при торможении. Следовательно, окончательно выражение для напряжённости вихревого электрического поля электромагнитной волны в системе Гаусса будет иметь вид:

$$E_в = \frac{qa}{c^2 r}\sin\theta. \qquad (5.5.4)$$

Полученное выражение совершенно справедливо и вытекает из уравнений Максвелла при скорости движения $\upsilon \ll c$. Оно оказывается правильным для всех случаев ускоренного движения заряда, а не только при торможении*. Любое уско-

---

* Отметим, что напряжённость вихревого поля электромагнитной волны на расстоянии r от излучающей частицы определяется ускорением в более ранний момент времени $t = \frac{r}{c}$.

рение заряда сопровождается излучением электромагнитной волны.

Возникает естественный вопрос: как же удалось получить правильный общий результат, не учитывая ни порождения электрического поля магнитным, ни обратного процесса порождения магнитного поля переменным электрическим полем? На самом деле эти процессы неявно были учтены. В наших рассуждениях было принято, что электромагнитные возмущения распространяются с конечной скоростью c. Этот факт не был нами теоретически обоснован. Он является следствием уравнений Максвелла и вытекает из существования упомянутых выше процессов.

Большим недостатком данного упрощённого рассмотрения является то, что с его помощью нельзя получить значение другой характеристики поля — магнитной индукции. Оказывается, что магнитная индукция волны определяется такой же формулой, что и напряжённость электрического поля:

$$B_{\text{в}} = \frac{qa}{c^2 r} \sin\theta. \qquad (5.5.5)$$

Вектор $\vec{B}_{\text{в}}$ направлен перпендикулярно вектору $\vec{E}_{\text{в}}$.

Взаимодействие посредством электромагнитных волн

Самым замечательным в формулах (5.5.4) и (5.5.5) является медленность убывания напряжённости электрического поля и индукции магнитного поля электромагнитной волны с расстоянием. Напряжённость кулоновского поля и индукция магнитного поля постоянных токов убывают с расстоянием как $\frac{1}{r^2}$. И при этом кулоновские и магнитные силы считаются дальнодействующими подобно гравитационным. **Напряжённость электрического поля и индукция магнитного поля, пропорциональные ускорению зарядов, убывают в пространстве пропорционально $\frac{1}{r}$!** Это крайне медленное убывание. Все другие силы убывают с расстоянием гораздо быстрее. Вот почему электромагнитные поля, излучаемые даже сравнительно маломощной радиостанцией, могут быть

обнаружены на расстояниях в тысячи километров, в то время как стационарные поля на таких расстояниях уже никак не проявляются.

§ 5.6. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Плотность энергии излучения

Формулы (5.5.4) и (5.5.5) для модулей E и B* позволяют определить плотность энергии электромагнитного излучения.

Плотность энергии электрического поля в системе Гаусса равна (в вакууме):

$$w_э = \frac{1}{8\pi}E^2. \quad (5.6.1)$$

Плотность энергии магнитного поля определяется аналогичной формулой:

$$w_м = \frac{1}{8\pi}B^2. \quad (5.6.2)$$

Полная плотность энергии электромагнитной волны $w = w_э + w_м$, или, учитывая выражения (5.5.4) и (5.5.5),

$$w = \frac{q^2 a^2 \sin^2 \theta}{4\pi c^4 r^2}. \quad (5.6.3)$$

Плотность потока излучения

От заряженных частиц, движущихся ускоренно, излучение распространяется во все стороны. Наряду с плотностью энергии вводят ещё одну энергетическую характеристику излучения — *плотность потока электромагнитного излучения*.

Плотностью потока электромагнитного излучения I называют отношение электромагнитной энергии W, прошедшей за время Δt через перпендикулярную к направлению распространения волны поверхность площадью S, к произведению площади S на время Δt:

$$I = \frac{W}{S\Delta t}. \quad (5.6.4)$$

---

* Мы не ставим индекс «в» у векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$, так как здесь и далее имеется в виду только электромагнитное поле волны.

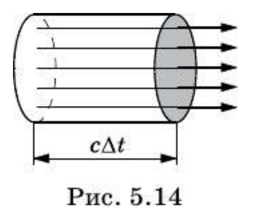


Рис. 5.14

Плотность потока излучения простым образом связана с плотностью энергии электромагнитной волны.

Выберем поверхность площадью S, перпендикулярную лучам, и построим на ней как на основании цилиндр с образующей $c\Delta t$ (рис. 5.14). Объём цилиндра $\Delta V = Sc\Delta t$. Энергия электромагнитного поля внутри цилиндра равна произведению плотности энергии на объём:

$$W = wSc\Delta t. \qquad (5.6.5)$$

Вся эта энергия за время Δt пройдёт через правое основание цилиндра.

Поэтому из (5.6.4) получаем

$$I = \frac{wSc\Delta t}{S\Delta t} = cw, \qquad (5.6.6)$$

т. е. плотность потока излучения равна произведению плотности энергии на скорость её распространения.

Плотность потока излучения в среднем за период представляет собой мощность излучения, проходящего через единичную площадку. Иногда её называют *интенсивностью излучения*. Эта величина с учётом выражения (5.6.3) равна:

$$I = \frac{q^2 a^2 \sin^2\theta}{4\pi c^3 r^2}. \qquad (5.6.7)$$

Плотность потока излучения по мере удаления от источника убывает как $\frac{1}{r^2}$. Согласно закону сохранения энергии, так и должно быть. Если окружить излучающие заряды сферической поверхностью, то полный поток излучения через эту поверхность не должен зависеть от её радиуса. Мы ведь рассматриваем излучение в вакууме, где поглощения энергии не происходит. Но площадь сферы пропорциональна квадрату её радиуса. Поэтому плотность потока излучения (т. е. мощность, приходящаяся на единицу площади) должна быть обратно пропорциональна квадрату радиуса.

Диаграмма направленности излучения

Мы рассматривали излучение заряда, движущегося прямолинейно. Интенсивность излучения оказывается зависящей от угла θ между направлением распространения электромагнитного излучения и направлением ускорения движущегося заряда (см. рис. 5.11).

В направлении движения ($\theta = 0$) излучения не происходит совсем. В направлении, перпендикулярном движению $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$, интенсивность излучения максимальна. Распределение интенсивности излучения под различными углами удобно характеризовать *диаграммой направленности*. Она строится так: из точки, где находится заряд, проводятся направленные отрезки, длины которых пропорциональны интенсивности излучения, т. е. $\sin^2\theta$ (рис. 5.15). Получается кривая, напоминающая восьмёрку. Это и есть диаграмма направленности. Подобную диаграмму направленности имеет прямолинейная антенна радиопередатчика.



Рис. 5.15

Зависимость плотности потока излучения от частоты

Формулы (5.5.4) и (5.5.5) для модулей E и B, а также выражения (5.6.3) и (5.6.7) для плотности энергии и плотности потока излучения справедливы не только для ускоренного движения при торможении, но и для любого ускоренного движения. В частности, и для заряда, совершающего гармонические колебания с частотой ω.

Ускорение при гармонических колебаниях пропорционально квадрату частоты колебаний. Следовательно, согласно (5.5.4) и (5.5.5), $E \sim \omega^2$ и $B \sim \omega^2$. Поэтому **плотность потока излучения пропорциональна четвёртой степени частоты.**

При увеличении частоты колебаний всего лишь в два раза излучаемая энергия возрастает в 16 раз. Вот почему при колебаниях низкой частоты излучения практически не происходит. Так, промышленные переменные токи частотой 50 Гц практически не излучают. В антеннах передающих радиостанций приходится возбуждать колебания с частотами от десятков тысяч до десятков миллионов герц.

Бегущая сферическая волна

От заряда, совершающего гармонические колебания, распространяется сферическая волна. Амплитуда этой волны убывает как $\frac{1}{r}$. Векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в волне перпендикулярны

друг другу (см. § 5.3, в котором рассматривалась плоская волна) и составляют правый винт с направлением распространения волны. В любой точке на расстоянии r от заряда происходят гармонические колебания напряжённости электрического поля и магнитной индукции. Фазы колебаний $\vec{E}$ и $\vec{B}$ зависят от r. Как и в случае механических волн, уравнение бегущей сферической волны для напряжённости электрического поля имеет вид:

$$\vec{E} = \vec{E}_m \sin \omega\left(t - \frac{r}{c}\right). \qquad (5.6.8)$$

Но в отличие от плоской волны* амплитуда напряжённости электрического поля в волне убывает с расстоянием $\left(E_m \sim \frac{1}{r}\right)$.

Фаза колебаний магнитной индукции совпадает с фазой колебаний напряжённости $\vec{E}$:

$$\vec{B} = \vec{B}_m \sin \omega\left(t - \frac{r}{c}\right). \qquad (5.6.9)$$

Этот факт вытекает из уравнений Максвелла, но пояснить его наглядно весьма затруднительно. Суть дела в том, что скорость изменения напряжённости $\vec{E}$ (или индукции $\vec{B}$) со временем определяет не модуль $\vec{B}$ (или, соответственно, $\vec{E}$), а то, насколько быстро эти характеристики электромагнитного поля изменяются от точки к точке. Грубо говоря, производная по времени от $\vec{E}$ (или $\vec{B}$) должна быть пропорциональна производной по координатам от $\vec{B}$ (или $\vec{E}$). Это возможно лишь при совпадении фаз колебаний $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в бегущей волне.

Вблизи заряда, совершающего гармонические колебания, напряжённость его кулоновского поля смещена по фазе относительно магнитной индукции $\vec{B}$ на $\frac{\pi}{2}$. Ведь $E_к \sim q$, а $B \sim I = q'$. Вблизи заряда напряжённость кулоновского поля значительно превосходит напряжённость вихревого элек-

* На больших расстояниях от источника участок сферической волны размером $l \ll r$ можно рассматривать как участок плоской волны.

трического поля электромагнитной волны из-за того, что выражение (5.5.4) для $E_в$ содержит малый множитель $\frac{1}{c^2}$. Но вдали от заряда кулоновское поле становится пренебрежимо малым по сравнению с поперечным полем волны, так как его напряжённость убывает как $\frac{1}{r^2}$. Практически остаётся только поперечное поле электромагнитной волны.

§ 5.7. СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Современные радиотехнические устройства позволяют провести наглядные опыты по наблюдению свойств электромагнитных волн. При этом лучше всего пользоваться волнами сантиметрового диапазона. Эти волны излучаются специальным генератором сверхвысокой частоты (СВЧ). Гармонические колебания генератора изменяют (модулируют) в такт с колебаниями звуковой частоты*. Принятый сигнал после преобразования (детектирования) подаётся на громкоговоритель.

Электромагнитные волны излучаются рупорной антенной в направлении оси рупора. Приёмная антенна в виде такого же рупора улавливает волны, которые распространяются вдоль его оси. Общий вид экспериментальной установки изображён на рисунке 5.16.

Поглощение электромагнитных волн

Рупоры располагают друг против друга и, добившись хорошей слышимости звука в громкоговорителе, помещают между рупорами различные диэлектрические тела. При этом наблюдается уменьшение громкости.

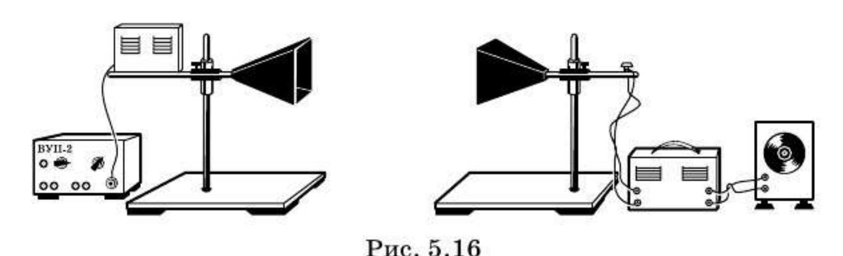


Рис. 5.16

* О модуляции и детектировании колебаний будет рассказано в § 5.10 и 5.11.

Отражение электромагнитных волн

Если вместо диэлектрика между рупорами поместить металлический лист, то звук перестанет быть слышимым. Электромагнитные волны не достигают приёмника вследствие отражения. Отражение происходит под углом, равным углу падения, как и в случае механических волн (см. § 4.17). Чтобы убедиться в этом, рупоры располагают под одинаковыми углами к металлическому листу (рис. 5.17). Звук исчезает, если убрать лист или повернуть его.

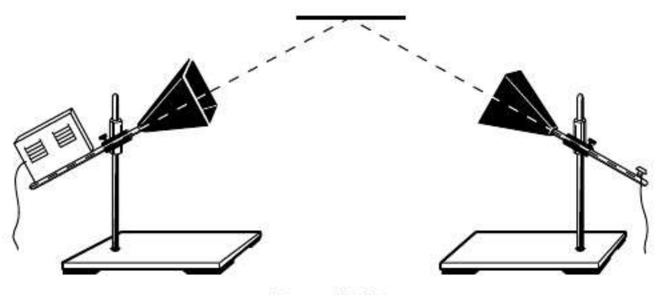


Рис. 5.17

Преломление электромагнитных волн

Электромагнитные волны изменяют своё направление (преломляются) на границе диэлектрика. Это можно обнаружить с помощью большой треугольной призмы из парафина или другого диэлектрика. Рупоры располагают под углом друг к другу, как и при демонстрации отражения. Металлический лист заменяют призмой (рис. 5.18). Убирая призму или поворачивая её, наблюдают исчезновение звука.

Поперечность электромагнитных волн

Электромагнитные волны — это *поперечные волны*. Векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ электромагнитного поля волны перпендикуляр-

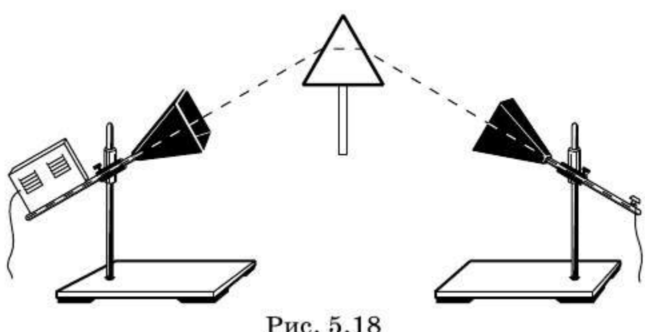


Рис. 5.18

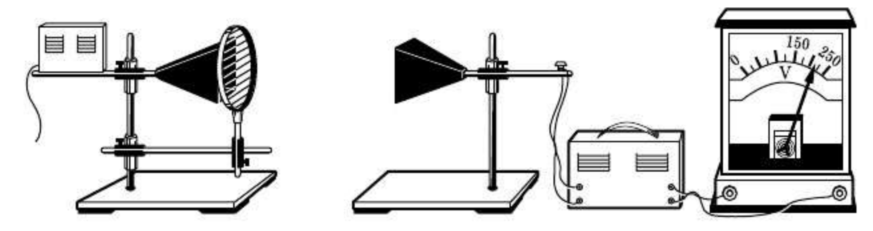


Рис. 5.19

ны направлению её распространения. Колебания напряжённости электрического поля волны, выходящей из рупора, происходят в определённой плоскости, а колебания вектора магнитной индукции — в плоскости, ей перпендикулярной. Волны с определённым направлением колебаний называются поляризованными. На рисунке 5.6 изображена именно поляризованная волна. Приёмный рупор принимает только поляризованную в определённом направлении волну. Это можно обнаружить, повернув передающий или приёмный рупор на $90°$ относительно оси рупора. Звук при этом исчезает.

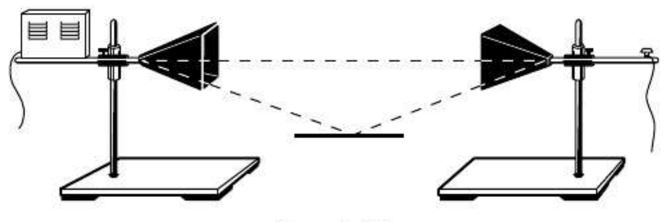
Поляризацию электромагнитных волн наблюдают, помещая между генератором и приёмником решётку из параллельных металлических проволочек (рис. 5.19). Решётку располагают так, чтобы проволочки были горизонтальными или вертикальными. При одном из этих положений, когда электрический вектор параллелен проволочкам, в них возбуждаются токи, в результате чего решётка отражает волны подобно сплошному металлическому листу.

Когда же вектор $\vec{E}$ перпендикулярен проволочкам, то токи в них не возбуждаются, и электромагнитная волна проходит.

Интерференция электромагнитных волн

На опытах с генератором СВЧ можно наблюдать такое важнейшее волновое явление, как интерференция.

Генератор и приёмник располагают друг против друга (рис. 5.20). Затем подводят снизу металлический лист в го-


Рис. 5.20

ризонтальном положении. Постепенно поднимая лист, обнаруживают поочерёдное ослабление и усиление звука.

Наблюдаемое явление объясняется следующим образом. Волна из рупора генератора частично попадает непосредственно в приёмный рупор. Другая же её часть отражается от металлического листа. Меняя расположение листа, мы изменяем разность хода прямой и отражённой волн. Вследствие этого волны либо усиливают, либо ослабляют друг друга в зависимости от того, равна ли разность хода целому числу волн или нечётному числу полуволн.

Отметим, что можно наблюдать также дифракцию электромагнитных волн.

? **1.** Передающий и приёмный вибраторы Герца расположены взаимно перпендикулярно. Возникнут ли колебания в приёмном вибраторе?

2. Почему технический переменный ток почти не излучает электромагнитных волн?

3. В опытах с электромагнитными волнами отверстие излучающего рупора закрыли металлическими пластинами, оставив только небольшую щель. После этого звук стал слышен даже при расположении рупоров под углом друг к другу. Почему?

§ 5.8. ИЗОБРЕТЕНИЕ РАДИО А. С. ПОПОВЫМ

Опыты Герца, описание которых появилось в 1887 *г., заинтересовали физиков всего мира. Мысль об использовании электромагнитных волн возникла сразу же у многих учёных.*

Герц скептически относился к возможности беспроволочной телефонной связи. По его мнению, сравнительно медленные электрические колебания акустических частот не могут быть переданы на большие расстояния. Длина электромагнитных волн таких колебаний равна сотням километров.

Спустя несколько десятков лет задача радиотелефонной связи была решена методом модуляции высокочастотных колебаний. Об этом мы расскажем в дальнейшем.

В России одним из первых занялся изучением передачи электромагнитных волн преподаватель офицерских минных курсов в Кронштадте Александр Степанович Попов. Начав с воспроизведения опытов Герца, он затем нашёл способ передачи электромагнитных сигналов на большие расстояния.

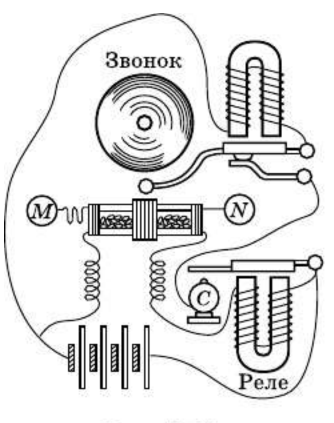


Рис. 5.21

Однако после срабатывания когерер утрачивает способность принимать новые сигналы. Необходимо вернуть ему большое сопротивление. Для этого после приёма сигнала когерер надо встряхнуть. А. С. Попов включил когерер в цепь, содержащую батарею и электромагнитное реле (рис. 5.21). До прихода электромагнитной волны сопротивление когерера велико и сила тока в цепи недостаточна для притяжения якоря реле к нижнему электромагниту. С появлением волны сопротивление когерера резко уменьшается, сила тока возрастает и якорь притягивается к электромагниту. При этом замыкается контакт C, подключая к батарее электрический звонок. Молоточек звонка ударяет по звонковой чашке, а при обратном ходе — по когереру, возвращая ему большое сопротивление.

Чтобы повысить чувствительность аппарата, А. С. Попов один из выводов когерера заземлил, а другой присоединил к высоко поднятому куску проволоки, создав тем самым приёмную антенну. Заземление превращает проводящую поверхность земли в часть открытого колебательного контура, что увеличивает дальность приёма.

Хотя современные радиоприёмники очень мало напоминают приёмник А. С. Попова, основные принципы их действия те же, что и в его приборе. Современный радиоприёмник тоже имеет антенну, в которой приходящая волна вызывает слабые электрические колебания. Как и в приёмнике Попова, энергия этих колебаний не используется непосредственно для приёма. Слабые сигналы лишь управляют источником энергии, питающим последующие цепи. Сейчас такое управление осуществляется с помощью полупроводниковых приборов.

7 мая 1895 г. на заседании Русского физико-химического общества в Петербурге А. С. Попов продемонстрировал действие своего прибора, ставшего, по сути дела, первым в мире радиоприёмником. День 7 мая стал днём рождения радио. Ныне он ежегодно отмечается в нашей стране.

А. С. Попов продолжал настойчиво совершенствовать приёмную и передающую аппаратуру. Он ставил своей зада-

чей построить прибор для передачи сигналов на большие расстояния. Вначале радиосвязь была установлена на расстоянии 250 м. Неустанно работая над своим изобретением, Попов вскоре добился дальности связи более 600 м. Затем на манёврах Черноморского флота в 1899 г. учёный установил радиосвязь на расстоянии свыше 20 км, а в 1906 г. дальность радиосвязи была уже 150 км. Первоначально прогресс в увеличении дальности достигался с помощью увеличения высоты приёмных антенн. Важную роль в этом сыграла также новая конструкция передатчика. Искровой промежуток был размещён в колебательном контуре, индуктивно связанном с передающей антенной и настроенном с ней в резонанс. Существенно изменились и способы регистрации сигнала. Параллельно звонку был включён телеграфный аппарат, позволивший вести автоматическую запись сигналов. В 1899 г. была обнаружена возможность приёма сигналов с помощью телефона. В начале 1900 г. радиосвязь была успешно использована во время спасательных работ в Финском заливе.

За границей усовершенствование подобных приборов проводилось фирмой, организованной итальянским инженером Г. Маркони. Опыты, поставленные в широком масштабе, позволили осуществить радиотелеграфную передачу через Атлантический океан.

§ 5.9. ПРИНЦИПЫ РАДИОСВЯЗИ

Радиосвязь — это передача и приём информации посредством электромагнитных волн в широком диапазоне частот — от $3 \cdot 10^4$ *до* $3 \cdot 10^{11}$ Гц.

Схема радиосвязи изображена на рисунке 5.22, *а, б*. На передающей станции генератор высокочастотных колебаний возбуждает в антенне вынужденные электромагнитные колебания. Для увеличения интенсивности этих колебаний ча-

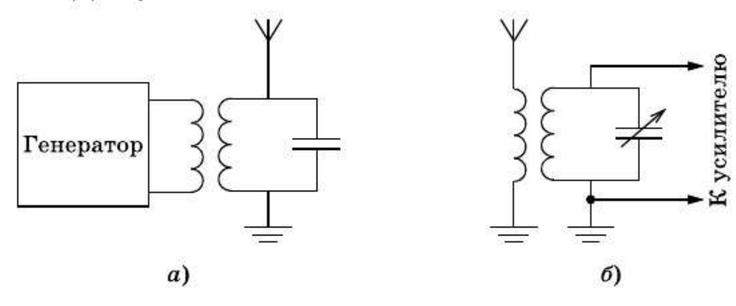


Рис. 5.22

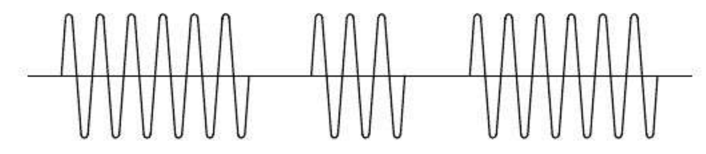


Рис. 5.23

стота генератора выбирается равной одной из собственных частот колебаний антенны.

Излучаемые передающей антенной электромагнитные волны распространяются во все стороны и достигают антенны приёмной станции (см. рис. 5.22, *б*). Под действием переменного электромагнитного поля волны электроны в приёмной антенне приходят в движение. В антенне возникает переменный ток высокой частоты. Для того чтобы антенна не влияла на резонансную частоту приёмного контура, этот контур вынесен из цепи антенны и связан с ней индуктивно. Приёмный контур выделяет из всех частот, возбуждённых в антенне, только колебания, частота которых равна собственной частоте контура.

Важнейшим этапом в развитии радиосвязи было изобретение американским радиоинженером Ли де Форестом (1873—1961) в 1906 г. электронной лампы — триода. На основе триода был создан в 1913 г. ламповый генератор незатухающих электрических колебаний. Благодаря этому, кроме передачи телеграфных сигналов, состоящих из коротких и более продолжительных импульсов электромагнитных волн, т. е. «точек» и «тире» азбуки Морзе (рис. 5.23), стала возможной надёжная и высококачественная *радиотелефонная связь* — передача речи или музыки с помощью электромагнитных волн.

Радиотелефонная связь

При радиотелефонной связи колебания давления воздуха в звуковой волне преобразуются с помощью микрофона в электрические колебания той же формы. Казалось бы, достаточно усилить эти колебания, подать в антенну, и передача на расстоянии речи и музыки с помощью электромагнитных волн будет осуществлена. Однако в действительности такой простой способ передачи неосуществим.

Дело здесь вот в чём. Колебания звуковой частоты — это медленные колебания. Энергия же, излучаемая в единицу времени, пропорциональна четвёртой степени частоты

(см. § 5.6). Поэтому электромагнитные волны низкой частоты практически не излучаются.

Возникает проблемная ситуация. Высокочастотные волны интенсивно излучаются, но не несут с собой необходимой информации. Напротив, электрические колебания звуковой частоты такую информацию несут, но электромагнитные волны таких частот не излучаются.

Модуляция колебаний

Из этого положения был найден весьма остроумный выход. Он состоит в том, что для передачи используются высокочастотные колебания, вырабатываемые генератором (рис. 5.24, *а*). Колебания же низкой (звуковой) частоты (рис. 5.24, *б*) применяют лишь для *изменения* высокочастотных колебаний или, как говорят, для их *модуляции**.

Модуляцией электромагнитной волны называется изменение её характеристик (*амплитуды, частоты или фазы*) *при помощи колебаний с частотами, значительно меньшими частоты самой электромагнитной волны. Соответственно различаются амплитудная* (рис. 5.24, *в*), *частотная* (рис. 5.24, *г*) и *фазовая* (рис. 5.24, *д*) модуляции

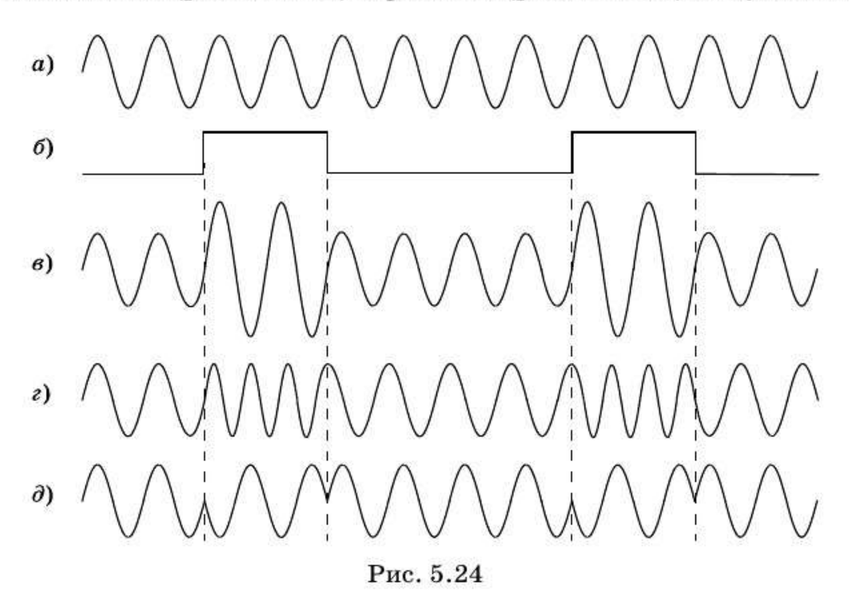


Рис. 5.24

* От латинского слова modulatio — «мерность, размеренность».

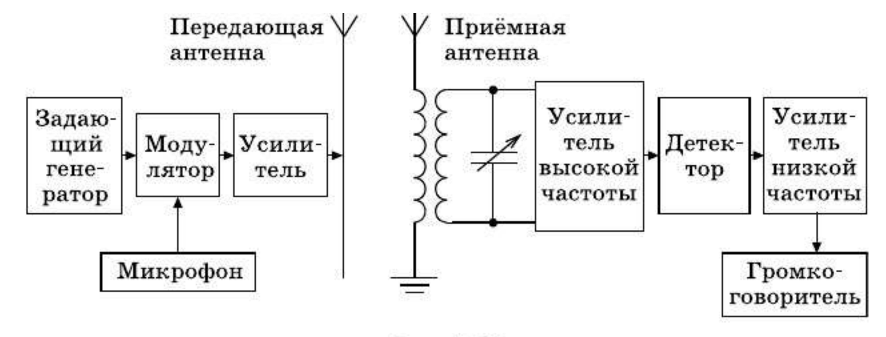


Рис. 5.25

колебаний. Частота исходной (немодулированной) волны называется *несущей частотой*, а частота изменения характеристик волны при модуляции — *частотой модуляции*.

Модуляция — *медленный* процесс. Это такой процесс изменений в высокочастотной колебательной системе, при котором она успевает совершить очень много своих высокочастотных колебаний, прежде чем модулируемая характеристика изменится сколько-нибудь заметным образом. Без модуляции нет никакой передачи — ни телеграфной, ни телефонной, ни телевизионной. В лучшем случае можно лишь констатировать, работает станция или нет.

Детектирование

В радиоприёмнике из модулированных колебаний высокой частоты, после их усиления, получают низкочастотные колебания. Такой процесс преобразования называется *детектированием** или *демодуляцией*.

Полученный в результате детектирования низкочастотный сигнал соответствует тому звуковому сигналу, который действовал на микрофон передатчика. После усиления электрические колебания низкой частоты могут быть преобразованы в акустические колебания или использованы для других целей.

На рисунке 5.25 показана блок-схема радиовещательного тракта.

? В каком диапазоне частот осуществляется радиосвязь?

* От латинского слова detectio — «обнаружение».

§ 5.10. АМПЛИТУДНАЯ МОДУЛЯЦИЯ

Мы ограничимся рассмотрением наиболее простого типа модуляции — амплитудной модуляции.

Как осуществляется амплитудная модуляция

Для осуществления амплитудной модуляции можно использовать схему, изображённую на рисунке 5.26*. Эта схема состоит из генератора на транзисторе (нижний большой пунктирный прямоугольник), к которому добавлен *модулятор* (верхний пунктирный прямоугольник). В простейшем случае модулятор состоит из микрофона и источника тока, соединённых последовательно с первичной обмоткой *L1* трансформатора. Вторичная обмотка трансформатора *L2* присоединена параллельно к конденсатору *C* контура в цепи базы транзистора. Конденсатор *C* имеет малое сопротивление для переменного тока высокой частоты, текущего по обмотке катушки обратной связи *L*. Вторичная обмотка трансформатора *L2* имеет большое индуктивное сопротивление. Поэтому переменные токи высокой частоты, вырабатываемые генератором, проходят через конденсатор *C*, не ответ-

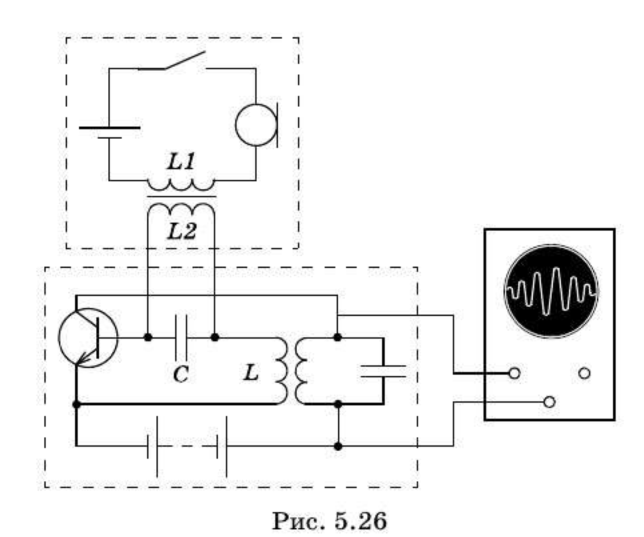


Рис. 5.26

* В этой схеме модулирующее напряжение подаётся на базу транзистора. В других схемах модулирующее напряжение может подаваться на цепь коллектора.

вляясь в цепь микрофона модулятора. В результате генератор работает так же, как и в отсутствие модулирующей цепи.

Если микрофон отключён, то генератор вырабатывает гармонические колебания:

$$i_1 = I_{m0}\sin \omega t, \qquad (5.10.1)$$

где ω — несущая частота, а I_{m0} — постоянная амплитуда колебаний. График этих колебаний представлен на рисунке 5.27, *а*.

При включённом микрофоне звуковые волны возбуждают в его цепи электрические токи низкой частоты. Для этих токов конденсатор обладает большим сопротивлением. Поэтому переменное напряжение, создаваемое на концах обмотки

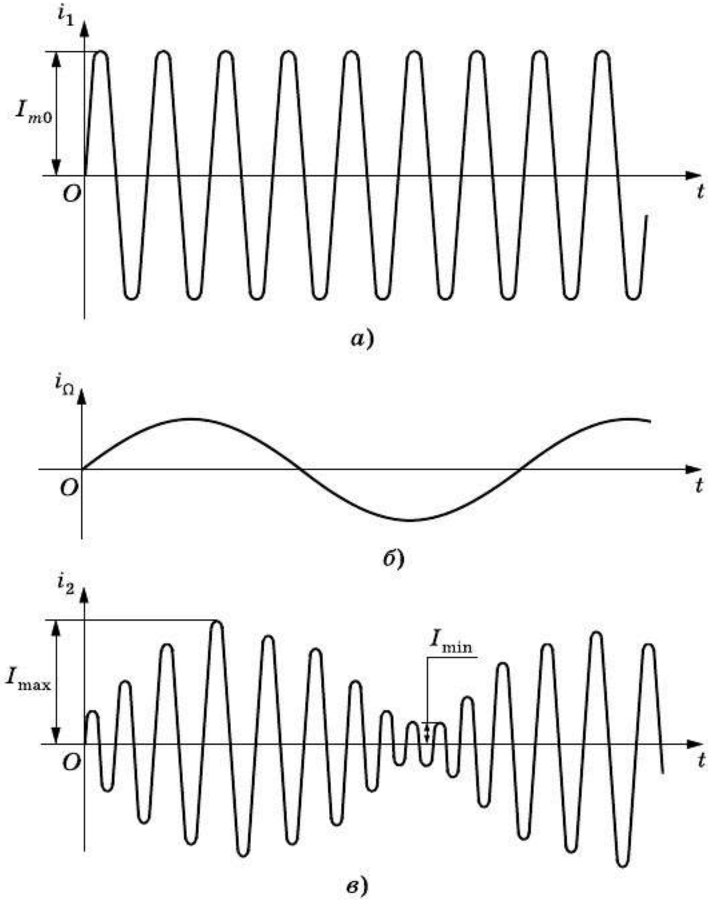


Рис. 5.27

$L2$ трансформатора, оказывается целиком приложенным к участку цепи база—эмиттер. Медленные колебания этого напряжения приводят к медленному изменению амплитуды высокочастотных колебаний в цепи контура генератора.

Модуляция гармоническими колебаниями звуковой частоты

Рассмотрим простой случай, когда модулирующие колебания в цепи микрофона являются гармоническими и происходят с частотой Ω (рис. 5.27, *б*). Тогда амплитуда колебаний в контуре генератора будет периодически меняться с частотой Ω, и её можно записать в форме

$$I_m = I_{m0}(1 + k\sin \Omega t). \quad (5.10.2)$$

Коэффициент k называется *глубиной модуляции*; при $k = 0$ модуляция отсутствует. Максимальные значения амплитуды колебаний силы тока в контуре $I_{\max} = I_{m0}(1 + k)$, а минимальные значения равны $I_{\min} = I_{m0}(1 - k)$. Поэтому глубина модуляции

$$k = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (5.10.3)$$

Глубина модуляции определяется амплитудой колебаний силы тока в цепи модулятора.

Изменение силы тока в контуре генератора с течением времени в соответствии с выражением (5.10.2) запишется так:

$$i_2 = I_{m0}(1 + k\sin \Omega t)\sin \omega t. \quad (5.10.4)$$

Так как частота модуляции $\Omega \ll \omega$, то амплитудно-модулированные колебания можно приближённо рассматривать как гармонические колебания с периодически медленно меняющейся амплитудой (рис. 5.27, *в*). Временну́ю развёртку модулированных колебаний можно наблюдать на экране осциллографа, если подать на него напряжение с контура генератора.

Частотный спектр модулированных колебаний

Очень существенно, что при модуляции меняется *частотный спектр колебаний*. Модулированные колебания — это не просто наложение гармонических колебаний с различными частотами ω и Ω. Сейчас мы это увидим.

Вспомним известную из тригонометрии формулу для произведения синусов:

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2}\cos(\alpha + \beta).$$

Учитывая это, вместо выражения (5.10.4) получим

$$i_2 = I_{m0}\sin\omega t + \frac{I_{m0}k}{2}\cos(\omega - \Omega)t - \frac{I_{m0}k}{2}\cos(\omega + \Omega)t. \quad (5.10.5)$$

Амплитудно-модулированное колебание в нашем простом случае представляет собой сумму трёх гармонических колебаний, происходящих с частотами ω, $\omega + \Omega$ и $\omega - \Omega$. Наряду с колебаниями несущей частоты появились дополнительные колебания с частотами $\omega + \Omega$ и $\omega - \Omega$, называемыми *боковыми частотами*.

Амплитуды колебаний верхней $(\omega + \Omega)$ и нижней $(\omega - \Omega)$ боковых частот одинаковы и определяются глубиной модуляции. На рисунке 5.28 представлен спектр модулированных колебаний. Преобразование колебаний, связанное с появлением новых частот колебаний, называется *нелинейным*. Модуляция — нелинейный процесс; она осуществляется с помощью устройства, вольт-амперная характеристика которого нелинейна.

При передаче речи и музыки модулированные колебания имеют сложный спектральный состав. Вместо двух боковых частот $\omega + \Omega$ и $\omega - \Omega$ возникают боковые полосы частот (рис. 5.29). И эти полосы тем шире, чем больше информации содержится в передаваемом сообщении.

Чтобы передаваемая информация не искажалась, необходимы передача и приём всей полосы частот. Поэтому несущие частоты радиостанций не должны быть близки друг к другу. Иначе полосы частот, на которых работают станции, перекрываются, и станции мешают друг другу. Особенно широкую полосу частот имеет видеосигнал телевизора (см. § 5.16). В нашей стране ширина видеосигнала 6 МГц. Из-за этого несущая частота телевизионного сигнала должна быть очень большой. Иначе один телевизионный передатчик перекроет весь диапазон используемых для радиосвязи частот.

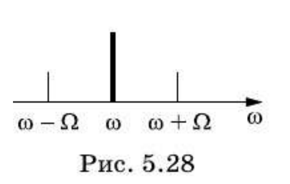


Рис. 5.28

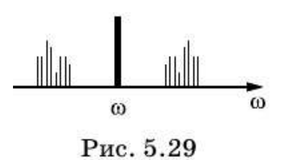


Рис. 5.29

Сужения частотного спектра достигают передачей одной лишь боковой полосы частот. (Телевидение нашей страны использует верхнюю полосу частот.) Вся необходимая информация содержится в этой полосе.

Другие виды модуляции

Амплитудная модуляция является наиболее простой и широко применяется в радиовещании. Видеосигнал телевизора также получают с помощью амплитудной модуляции.

Частотную модуляцию сложно осуществить технически, и частотно-модулированный сигнал занимает бо́льшую полосу частот, чем амплитудно-модулированный. Но зато частотно-модулированный сигнал менее чувствителен к разного рода помехам, искажающим передаваемую информацию. Поэтому частотная модуляция используется для передачи в диапазоне УКВ, где на каждую станцию может быть выделена достаточно большая полоса частот (в 15—20 раз бо́льшая, чем в диапазоне средних и длинных волн). Звуковое сопровождение телевизионных передач также использует частотную модуляцию.

? Поясните принцип осуществления амплитудной модуляции.

§ 5.11. ДЕТЕКТИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ

Под действием электромагнитной волны передатчика в антенне приёмника возбуждаются токи *высокой частоты*, такие же, как токи в антенне передатчика, но только гораздо более слабые. Принятый приёмником модулированный сигнал даже после усиления не способен непосредственно вызвать колебания мембраны телефона или рупора громкоговорителя со звуковой частотой. Он только возбудит высокочастотные колебания, не воспринимаемые нашим ухом. Кроме того, амплитуда вынужденных колебаний такой механической системы, как мембрана, при большой частоте очень мала. Вследствие инертности мембрана не будет успевать смещаться сколько-нибудь значительно за малое время, равное периоду высокочастотных колебаний. В приёмнике необходимо сначала преобразовать высокочастотные модулированные колебания и получить сигнал звуковой частоты. При этом преобразовании сигнала, как и при модуляции, *меняется частотный спектр колебаний*. Поэтому должно быть применено устройство с нелинейной характеристикой.

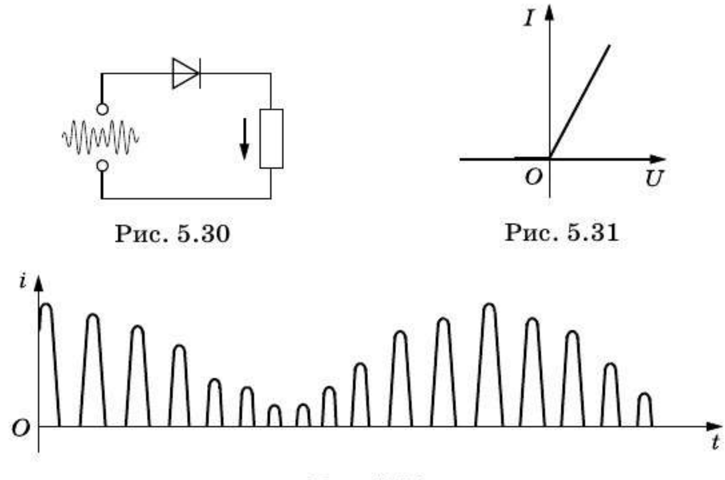


Рис. 5.30

Рис. 5.31

Рис. 5.32

Такое устройство, осуществляющее *демодуляцию,* или *детектирование*, содержит обычно элемент с *односторонней проводимостью — детектор*. Детектором может служить полупроводниковый диод или транзистор, вакуумный диод или триод. Мы рассмотрим работу полупроводникового детектора. На рисунке 5.30 изображена схема цепи, на вход которой поданы принятые антенной высокочастотные модулированные колебания. В цепь последовательно включены детектор (диод) и резистор (нагрузка). Пренебрегая обратным током, можно считать, что в цепи течёт ток в одном направлении, отмеченном на рисунке стрелкой. Вольт-амперную характеристику диода приближённо можно представить в виде ломаной, состоящей из двух прямолинейных отрезков (рис. 5.31). При данной характеристике диода ток в пропускном направлении проходит без искажения, а в запирающем направлении он равен нулю. В результате ток в цепи, изображённой на рисунке 5.30, будет пульсирующим. График зависимости силы тока от времени для этого случая показан на рисунке 5.32.

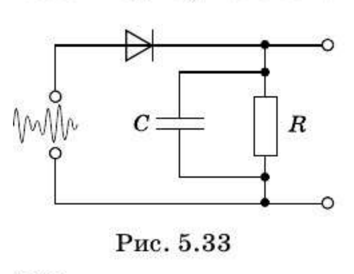


Рис. 5.33

Пульсирующий ток сглаживается фильтром, состоящим из конденсатора C, шунтирующего резистор R (рис. 5.33). О том, как работает сглаживающий фильтр, было рассказано в § 3.4. Сглаженный ток звуковой частоты течёт через нагрузку. Форма колебаний этого

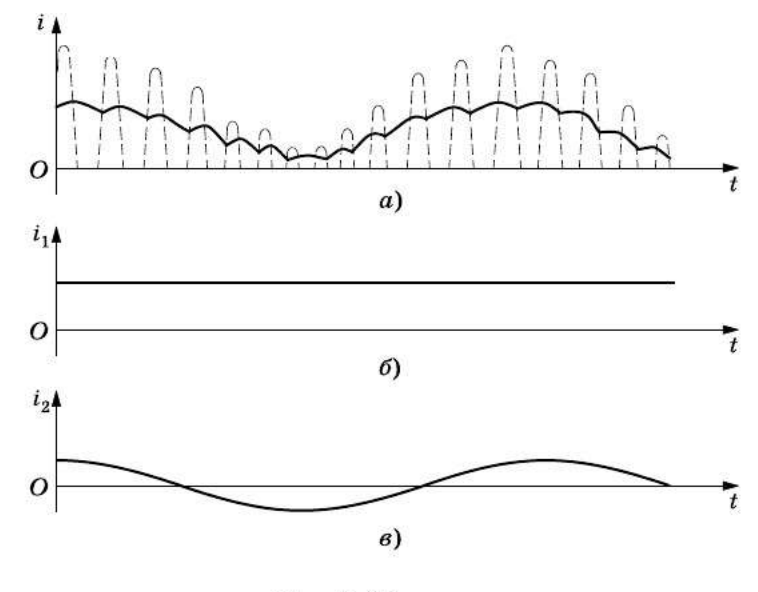


Рис. 5.34

тока почти точно воспроизводит форму низкочастотного сигнала на передающей станции (рис. 5.34, *а*). Этот ток можно рассматривать как сумму постоянного тока (рис. 5.34, *б*) и переменного тока низкой частоты (рис. 5.34, *в*). Небольшие пульсации высокой частоты не сказываются заметно на колебаниях мембраны и не воспринимаются на слух.

Детекторный приёмник

Простейший детекторный приёмник состоит из колебательного контура, индуктивно связанного с антенной, и присоединённой к контуру цепи, состоящей из детектора и телефона (рис. 5.35). Катушки телефона играют роль нагрузки. Через них течёт ток звуковой частоты.

Детекторный приёмник очень прост, надёжен, не требует источников питания. Однако отсутствие источников питания является и недостатком приёмника: он принимает сигналы только близких или очень мощных радиостанций.

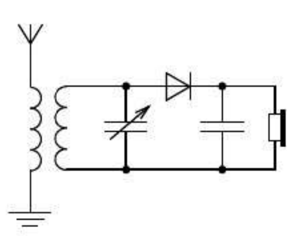


Рис. 5.35

? Назовите полупроводниковые приборы, которые могут служить детекторами. Объясните, почему они могут выполнять функцию детектора.

§ 5.12. ПРОСТЕЙШИЙ РАДИОПРИЁМНИК

Схема простейшего радиоприёмника с ламповым усилителем низкой частоты приведена на рисунке 5.36. Электромагнитные волны, идущие от различных передающих станций, возбуждают в антенне *A* быстропеременные токи различных частот. С катушкой *L1* индуктивно связана катушка *L* колебательного контура. Ёмкость конденсатора *C* контура можно менять, настраивая контур в резонанс по отношению к частоте одной из передающих радиостанций. При хорошей настройке колебания, вызванные волной от этой станции, будут в колебательном контуре приёмника преобладать над всеми другими. К колебательному контуру присоединена цепь диодного детектора. Нагрузка *R1* и конденсатор *C1* образуют фильтр, с работой которого мы уже знакомы. Напряжение на фильтре будет пульсировать в такт с проходящим по нагрузке током. Это напряжение можно считать состоящим из постоянного напряжения и напряжения сигнала низкой частоты.

При приёме дальних станций сигнал низкой частоты, полученный после детектирования, очень слаб. Поэтому в схеме использован усилитель. Так как он увеличивает амплитуду уже продетектированных колебаний, его называют усилителем низкой частоты.

Главной составной частью усилителя является трёхэлектродная электронная лампа — триод. Анодный ток идёт от

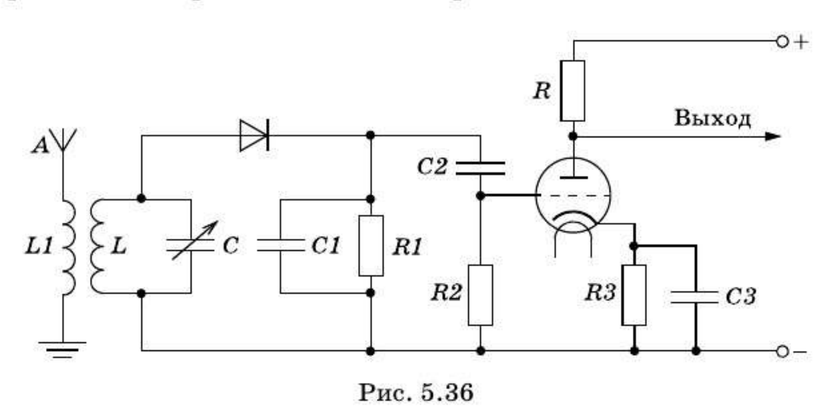


Рис. 5.36

положительного полюса источника анодного напряжения через анодную нагрузку (резистор *R*) и далее от анода к катоду лампы и через резистор *R3* в цепи катода к отрицательному полюсу источника.

Ёмкость конденсатора *C3* настолько велика, что напряжение на резисторе *R3* остаётся примерно постоянным, несмотря на колебания анодного тока. При увеличении анодного тока конденсатор *C3* берёт на себя часть напряжения (дополнительно заряжается). При уменьшении анодного тока он разряжается через резистор *R3*. В результате потенциал верхней точки резистора *R3* всегда на определённую величину U_{0c} выше потенциала нижней точки. Но верхняя точка соединена с катодом, а нижняя точка через резистор *R2* — с сеткой триода.

Следовательно, сетка лампы всегда имеет более низкий потенциал, чем катод. На это постоянное (отрицательное) напряжение накладывается слабое переменное напряжение u_c сигнала звуковой частоты. Оно появляется на резисторе *R2*, так как по нему протекает слабый переменный ток (ведь резистор *R2* фактически включён параллельно резистору *R1* фильтра). Конденсатор *C2* очень большой ёмкости пропускает переменный ток звуковой частоты, но является непреодолимым препятствием для постоянной составляющей тока.

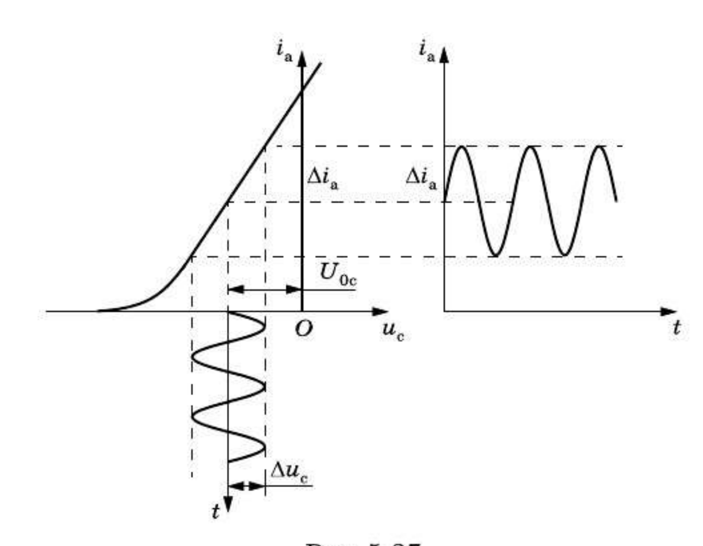


Рис. 5.37

На рисунке 5.37 показана сеточная характеристика лампы — зависимость силы анодного тока $i_а$ от сеточного напряжения $u_с$. При изменении сеточного напряжения на $\Delta u_с$ сила анодного тока изменяется на $\Delta i_а$. Постоянное отрицательное напряжение $U_{0с}$ необходимо для того, чтобы использовался линейный участок характеристики лампы. Иначе при усилении происходило бы значительное искажение сигнала. Суть усиления состоит в том, что малые колебания напряжения на сетке вызывают колебания силы тока в анодной цепи, которым соответствуют большие колебания напряжения на анодной нагрузке, так как сопротивление R весьма велико:

$$\Delta u_а = \Delta i_а R.$$

Усиленные колебания звуковой частоты используются для приведения в действие громкоговорителя.

В принципе так же устроен усилитель с использованием транзистора вместо триода.

? **1.** Изобразите схему простейшего детекторного приёмника и объясните принцип его работы.

2. Изобразите схематично принципиальную схему процесса передачи любого радиосигнала.

3. Назовите, сколько усилителей низкой частоты должен содержать простейший радиоприёмник.

§ 5.13. СУПЕРГЕТЕРОДИННЫЙ ПРИЁМНИК

В настоящее время наиболее широкое применение получили радиоприёмники супергетеродинного типа. Основная идея супергетеродинного приёмника состоит в преобразовании частоты принимаемых антенной модулированных высокочастотных колебаний с несущей частотой ω.

Простейший приёмник, описанный в предыдущем параграфе, имеет один усилитель низкой частоты. Вместе с сигналом в нём усиливаются неизбежные помехи, которые особенно велики на низких частотах.

Радиоприёмник с непосредственным усилением высокочастотного сигнала, изображённый на блок-схеме (см. рис. 5.25), также имеет существенный недостаток. При очень высоких частотах (коротких волнах) невозможно получить большое усиление сигнала. Дело в том, что на высоких частотах оказываются существенными паразитные ёмкости соединительных проводов, электродов, транзисторов и т. д. Соответствующие им сопротивления оказываются малыми для

зистора (смесителя) содержит наряду с линейным членом ещё и квадратичный член $i \approx (au_1 + bu_2)^2$. Преобразование частот осуществляется за счёт члена

$$2abu_1u_2 = 2ab\sin \omega t \sin \omega_1 t = \\ = ab\cos(\omega - \omega_1)t - ab\cos(\omega + \omega_1)t. \quad (5.13.1)$$

В результате в спектре колебаний появляются новые (промежуточные) частоты: разностная и суммарная.

В дальнейшем, с использованием явления резонанса, производится выделение и усиление колебаний на одной разностной частоте $\omega - \omega_1$ с помощью усилителя промежуточной частоты. Существенно, что промежуточная частота $\omega - \omega_1$ при настройке приёмника на различные станции остаётся постоянной. Это достигается одновременным изменением ёмкостей конденсатора приёмного контура и контура гетеродина. Для этого подвижные пластины обоих конденсаторов размещаются на одной и той же оси. Постоянство промежуточной частоты позволяет выбрать оптимальные параметры усилителя промежуточной частоты, что обеспечивает постоянство чувствительности приёмника в пределах всего диапазона принимаемых частот.

После усиления на промежуточной частоте сигнал поступает в детектор, в котором преобразуется обычным образом в колебания звуковой частоты. Колебания звуковой частоты после дополнительного усиления приводят в действие громкоговоритель (динамик) приёмника.

§ 5.14. РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Электромагнитные волны, используемые для радиосвязи, называются радиоволнами.

Радиоволны делятся на группы (см. табл. 2).

Таблица 2

Наименование радиоволн	Диапазон частот, Гц	Диапазон длин волн (в вакууме), м
Сверхдлинные	$< 3 \cdot 10^4$	$> 10\,000$
Длинные	$3 \cdot 10^4 — 3 \cdot 10^5$	10 000—1000
Средние	$3 \cdot 10^5 — 3 \cdot 10^6$	1000—100
Короткие	$3 \cdot 10^6 — 3 \cdot 10^7$	100—10

Наименование радиоволн	Диапазон частот, Гц	Диапазон длин волн (в вакууме), м
Ультракороткие:		
метровые	$3 \cdot 10^7 — 3 \cdot 10^8$	10—1
дециметровые	$3 \cdot 10^8 — 3 \cdot 10^9$	1—0,1
сантиметровые	$3 \cdot 10^9 — 3 \cdot 10^{10}$	0,1—0,01
миллиметровые	$3 \cdot 10^{10} — 3 \cdot 10^{11}$	0,01—0,001

При использовании электромагнитных волн для радиосвязи как источник, так и приёмник радиоволн чаще всего располагают вблизи земной поверхности. Её форма и физические свойства, а также состояние атмосферы сильно влияют на распространение радиоволн.

Особенно существенное влияние на распространение радиоволн оказывают слои ионизированного газа в верхних частях атмосферы на высоте 100—300 км над поверхностью Земли. Эти слои называют *ионосферой*. Ионизация воздуха верхних слоёв атмосферы вызывается электромагнитным излучением Солнца и потоком заряженных частиц, испускаемых Солнцем.

Проводящая электрический ток ионосфера отражает радиоволны с длиной волны $\lambda > 10$ м, как обычная металлическая пластина. Но способность ионосферы отражать и поглощать радиоволны существенно меняется в зависимости от времени суток и времён года*.

Устойчивая радиосвязь между удалёнными пунктами на земной поверхности вне прямой видимости оказывается возможной благодаря отражению волн от ионосферы и способности радиоволн огибать выпуклую земную поверхность (т. е. дифракции). Дифракция выражена тем сильнее, чем больше длина волны. Поэтому радиосвязь на больших рас-

* Именно поэтому радиосвязь, особенно в диапазоне средних длин волн (100—1000 м), гораздо надёжнее ночью и в зимнее время.

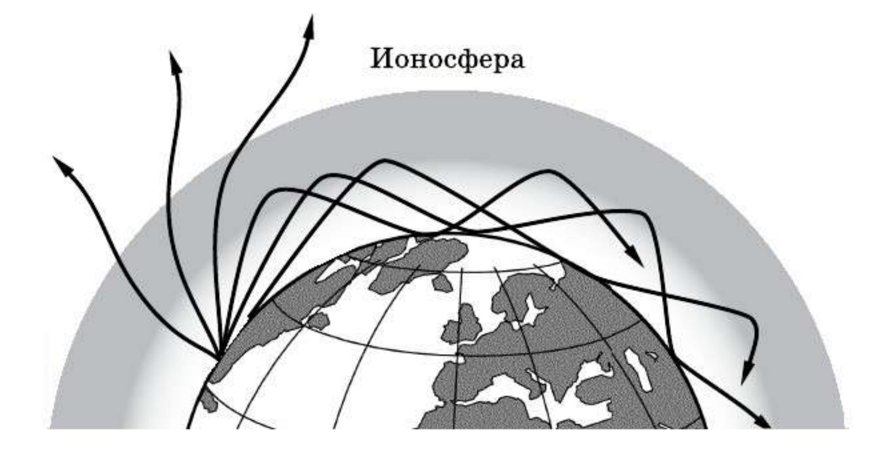


Рис. 5.39

стояниях за счёт огибания волнами Земли оказывается возможной лишь при длинах волн, значительно превышающих 100 м (*средние* и *длинные волны*).

Короткие волны ($\lambda < 100$ м) распространяются на большие расстояния только за счёт многократных отражений от ионосферы и поверхности Земли (рис. 5.39). Именно с помощью коротких волн можно осуществить радиосвязь на любых расстояниях между радиостанциями на Земле.

Длинные радиоволны для этой цели менее пригодны из-за значительного поглощения поверхностными слоями Земли и ионосферой. Всё же наиболее надёжная радиосвязь на ограниченных расстояниях при достаточной мощности передающей радиостанции обеспечивается на длинных волнах.

Ультракороткие радиоволны ($\lambda < 10$ м) проникают сквозь ионосферу и почти не огибают поверхность Земли. Поэтому они используются для радиосвязи между пунктами в пределах прямой видимости, а также для связи с космическими кораблями.

? **1.** Проанализируйте таблицу 2 и дополните её примерами применения этих групп радиоволн в технике.

2. Объясните причину того, что ионосфера отражает радиоволны длиной больше 10 м.

3. Поясните, как меняется свойство ионосферы отражать радиоволны в зависимости от времени суток и времени года.

§ 5.15. РАДИОЛОКАЦИЯ

Радиолокация — обнаружение и точное определение положения объектов (самолётов в воздухе, кораблей, айсбергов в море и т. п.) с помощью радиоволн — является ещё одним примером практического применения электромагнитных волн.

Радиолокация основана на явлении *отражения* радиоволн от различных объектов. Практически заметное отражение радиоволн от тех или иных объектов возможно лишь в том случае, когда линейные размеры этих объектов превышают длину электромагнитной волны. Поэтому радиолокационные станции работают исключительно в диапазоне СВЧ (10^8—10^{11} Гц). Кроме того, для поиска объектов в радиолокации применяют *остро направленный* пучок электромагнитных волн, что практически возможно осуществить только с *очень короткими* волнами.

Для получения остро направленного излучения дециметровых и более коротких волн используют антенны в виде вогнутых (параболических) металлических зеркал, в фокусе которых расположен излучающий диполь. Для более длинных волн конструируют сложные антенны, состоящие из многих определённым образом расположенных вибраторов. При этом острая направленность излучения получается вследствие интерференции волн. Антенна устроена так, что волны, посланные каждым из вибраторов, при сложении взаимно усиливают друг друга лишь в заданном направлении. В остальных направлениях при сложении волн происходит полное или частичное их взаимное гашение.

Отражённая волна улавливается той же излучающей антенной. Ярко выраженная направленность излучения позволяет говорить о «луче» радиолокатора. Направление на объект и определяется как направление луча в момент приёма отраженного сигнала.

Радиолокаторы представляют собой установки *импульсного* действия. Передатчик излучает волны кратковремен-

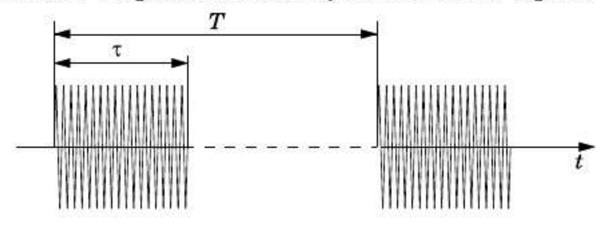


Рис. 5.40



Рис. 5.41

ными импульсами (рис. 5.40). Длительность каждого импульса τ составляет миллионные доли секунды, а промежуток между импульсами T примерно в 1000 раз больше.

Отметим, что средняя мощность генератора оказывается совсем небольшой по сравнению с мощностью в импульсе. Так, при $\tau = 10^{-6}$ с, $T = 10^{-3}$ с и мощности в импульсе $P_и = 300$ кВт средняя мощность генератора равна:

$$P_г = \frac{3 \cdot 10^5\,\text{Вт} \cdot 10^{-6}\,\text{с}}{10^{-3}\,\text{с}} = 300\ \text{Вт}.$$

Принцип действия радиолокатора

Современная радиолокационная станция представляет собой очень сложное радиотехническое устройство. В самых общих чертах работу простейшей радиолокационной станции можно объяснить при помощи блок-схемы, изображённой на рисунке 5.41.

В момент отправления передатчиком импульса антенный переключатель переключает антенну на режим «передача». Одновременно с посылкой импульса подаётся кратковременный сигнал на вертикально отклоняющие пластины индикатора (электронно-лучевой трубки) и равномерно нарастающее пилообразное напряжение на горизонтально отклоняющие пластины этой трубки. Вследствие этого на экране появляется всплеск около нулевой отметки шкалы дальности (рис. 5.42). Электронный луч за промежуток времени между импульсами под воздействием пилообразного напряжения равномерно движется по экрану индикатора.

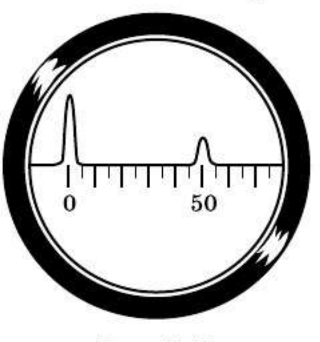


Рис. 5.42

После отправления импульса антенный переключатель соединяет антенну с приёмником. Отражённый от препятствия сигнал принимается антенной, многократно усиливается* и подаётся на вертикально отклоняющие пластины той же трубки. Получается вторичный вертикальный всплеск на определённом расстоянии от первого. Зная скорость движения электронного луча в трубке, можно определить время t прохождения радиоволн от антенны до цели и обратно. Так как скорость радиоволн $c = 3 \cdot 10^8$ м/с в атмосфере практически постоянна, то расстояние по лучу от антенны до цели

$$R = \frac{ct}{2}.$$

Расстояние между всплесками на экране индикатора пропорционально времени t прохождения сигнала и, следовательно, пропорционально расстоянию R до цели. Это позволяет проградуировать шкалу непосредственно в километрах.

Для определения *направления* на искомый объект антенна делается подвижной и способной поворачиваться в любом направлении. Зная ориентацию антенны во время обнаружения цели, определяют координаты цели. Изменение с течением времени этих координат даёт возможность определить скорость цели и рассчитать её траекторию.

Применение радиолокации

В настоящее время радиолокация находит себе различные применения, и прежде всего для нужд обороны страны: обнаружение ракет, самолётов и кораблей, орудийная наводка и др. Дальность действия современных радиолокаторов достигает нескольких сотен километров. На их работу мало влияют условия погоды и время суток.

Радиолокационные установки имеют очень важные мирные «профессии». В больших аэропортах локаторы следят за взлетающими и идущими на посадку самолётами. Наземная служба передаёт по радио пилотам необходимые указания и таким образом обеспечивает безопасность полётов. Корабли и самолёты также снабжены радиолокаторами, служащими для навигационных целей. Такие локаторы создают на экра-

---

* Вследствие рассеяния радиоволн до приёмника доходит лишь ничтожная часть той энергии, которую излучает передатчик. Поэтому приёмники радиолокаторов усиливают принятый сигнал в миллионы миллионов (10^{12}) раз.

не картину расположения объектов, рассеивающих радиоволны. Оператор имеет перед глазами радиолокационную карту местности.

Радиолокация широко используется в астрономии и в исследовании космического пространства. С помощью локаторов наблюдают метеоры в верхних слоях атмосферы. Локаторы применяются службой погоды для наблюдения за облаками. Каждый космический корабль обязательно имеет на борту несколько радиолокаторов. В 1946 г. в США и Венгрии был осуществлён эксперимент по приёму сигнала, отражённого от поверхности Луны. В 1961 г. отечественными учёными была произведена радиолокация планеты Венера, что позволило оценить период вращения планеты вокруг своей оси, длительное время остававшийся неизвестным. Впоследствии была осуществлена радиолокация Марса, Меркурия и Юпитера (на расстоянии около 600 млн км).

? Назовите диапазон частот, в котором работают радиолокационные станции, и объясните причину такого ограничения.

§ 5.16. ПОНЯТИЕ О ТЕЛЕВИДЕНИИ

В настоящее время бурно развивается одна из областей радиоэлектроники — телевидение. Тысячи телевизионных станций регулярно ведут передачи, которые смотрят сотни миллионов зрителей. Но передача движущихся изображений не ограничивается телевизионным вещанием. Телевидение находит себе разнообразные применения в различных отраслях народного хозяйства и в научных исследованиях. Особенно велика роль телевидения для наблюдения процессов и явлений, происходящих в недоступных, неудобных или удалённых местах.

Общая схема телевизионного вещания подобна схеме обычного радиовещания (см. рис. 5.25). Однако в телевизионном передатчике наряду с сигналом звукового сопровождения создаётся ещё видеосигнал (сигнал изображения) со своей несущей частотой. Колебания с этой несущей частотой модулируются сигналом изображения, поступающим от особых передающих электронно-лучевых трубок (иконоскопов, видиконов или суперотиконов). В модулированный видеосигнал входят также сигналы для синхронизации развёртки электронного луча в приёмной электронно-лучевой трубке (кинескопе), на экране которой возникает изображение.

Образование видеосигнала

Для передачи изображения любого предмета необходимо яркость каждого отдельного его элемента преобразовать в пропорциональные электрические сигналы. Для этого с помощью оптической системы изображение проецируется на чувствительный к свету мозаичный экран передающей телевизионной трубки — *иконоскопа* (рис. 5.43)*. Каждая ячейка мозаики заряжена, и её заряд зависит от падающей на ячейку световой энергии. Этот заряд меняется при попадании на ячейку электронного пучка, создаваемого электронной пушкой. Электронный пучок последовательно попадает на все элементы одной строчки мозаики, затем другой и т. д. От того, насколько сильно меняется заряд ячейки, зависит сила тока импульса в резисторе R. Поэтому напряжение на резисторе изменяется пропорционально изменению освещённости вдоль строк кадра. Усиленные колебания (видеосигнал) подводятся к передатчику и модулируют излучаемые им электромагнитные волны.

Передача движущегося изображения происходит так же, как в кино, последовательной передачей отдельных кадров. За секунду передаётся $n = 25$ кадров (так принято в нашей стране и в странах Европы). Порядок развёртки кадров соот-

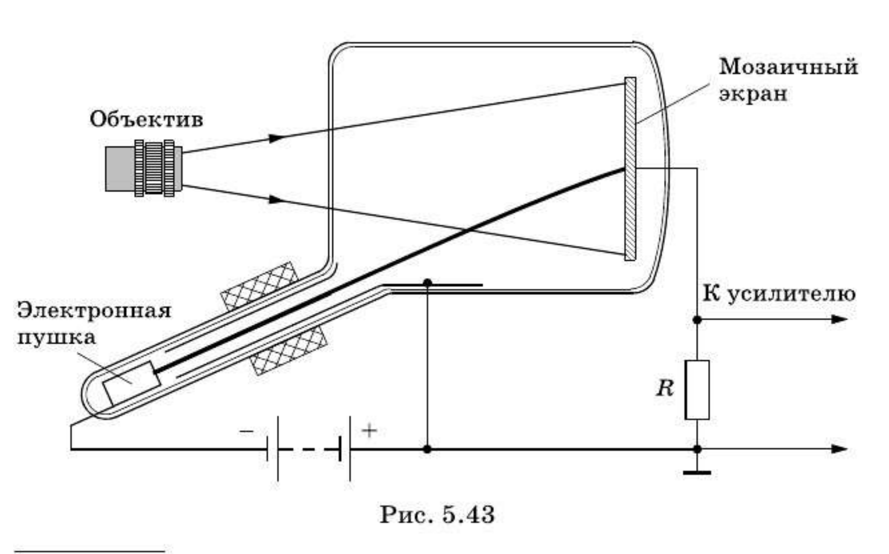


Рис. 5.43

* Сейчас применяются более совершенные передающие трубки, но принцип передачи легче всего понять, рассматривая работу иконоскопа.

ветствует порядку чтения по строкам слева направо и от строки к строке сверху вниз*. Формат кадра (отношение ширины к высоте) $k = \frac{4}{3}$. Элементом кадра является квадрат со стороной, равной ширине строки. Если кадр содержит z строк, то общее число элементов в кадре $N = kz^2$. В нашей стране число строк $z = 625$ и число элементов в кадре $N \approx \approx 450\ 000$. Такое большое количество независимых элементов необходимо для того, чтобы увидеть как можно больше подробностей, мелких деталей изображения.

Телевизионный приёмник

В телевизионном приёмнике принятый антенной высокочастотный сигнал усиливается и разделяется на три части: сигнал изображения (видеосигнал), звуковое сопровождение и сигнал управления. Эти сигналы после усиления поступают в свои тракты и используются по назначению.

Видеосигнал детектируется и преобразуется в изображение на экране приёмной электронно-лучевой трубки — *кинескопа*. Электронная пушка кинескопа снабжена электродом, управляющим числом электронов в пучке и, следовательно, свечением экрана в месте попадания луча. На этот электрод и подаётся усиленный детектированный видеосигнал.

Сигналы управления синхронизируют работу генераторов, осуществляющих развёртку электронного пучка по горизонтали (вдоль строк) и перебрасывающих его с одной строки на другую. На экране приёмника электронный луч «рисует» ту же картину, которая располагалась перед объективом иконоскопа. Сигнал звукового сопровождения детектируется как в обычном радиоприёмнике.

Ширина телевизионного сигнала, несущего очень большую информацию, достигает 6 МГц. Из-за этого в качестве несущих частот в телевидении используют высокие частоты от 50 до 900 МГц, что соответствует длинам волн от 6 м до 30 см. Такие волны распространяются лишь в пределах прямой видимости антенны (см. § 5.14). Поэтому для охвата телевизионным вещанием большой территории необходимо размещать телепередатчики чаще и поднимать их антенны

---

* По ряду причин оказалось удобнее передавать 50 полукадров в секунду. За первую 1/50 с передаются все нечётные строки, а за последующую 1/50 с — все чётные.

на большую высоту. Останкинская телевизионная башня в Москве высотой 540 м обеспечивает уверенный приём телепередач в радиусе 120 км. В настоящее время телевизионная сеть нашей страны насчитывает около 7000 вещательных станций. Зона уверенного приёма телевидения непрерывно увеличивается, особенно благодаря использованию ретрансляционных спутников.

Цветное телевидение

С начала 50-х гг. XX в. началась разработка и внедрение цветного телевидения. В нашей стране регулярное цветное телевизионное вещание началось с 1 октября 1967 г.

При передаче цветного изображения сигнал представляет собой сумму трёх сигналов в основных цветах: красном, зелёном и синем.

Для приёма цветного изображения наибольшее распространение получила система, в которой используется один кинескоп с теневой маской. Приём цветного изображения основан на свойстве нашего глаза суммировать цвета не только тогда, когда разноцветные лучи попадают в одну точку экрана, но и когда близко расположенные точки светятся различными цветами.

В масочном кинескопе внутренняя сферическая поверхность экрана покрыта люминофором красного, зелёного и синего свечения. Люминофоры наносят очень маленькими кружками (пятнами), сгруппированными по три на расстоянии около 0,3 мм друг от друга. В трубке размером 59 см по диагонали наносится около 2 млн пятен. На некотором расстоянии от экрана параллельно ему расположена цветоделительная маска-диск с отверстиями, каждое из которых находится точно против центра группы из трёх пятен.

В трубке кинескопа цветного телевизора имеется три электронных пушки (электронных прожектора), создающих три электронных пучка. Интенсивность каждого из пучков управляется детектированным видеосигналом одного из трёх основных цветов. Три пучка движутся синхронно таким образом, что одновременно проходят через одно из отверстий маски и попадают на три пятна, вызывая свечение всех трёх люминофоров. Каждый из лучей порознь позволяет получить на экране изображение красного, зелёного и синего цветов. Все вместе они дают цветное изображение.

? 1. Сформулируйте основные отличия чёрно-белого телевидения от цветного.

2. Назовите частоту передачи отдельных кадров в телевизионном сигнале. Отличается ли она от частоты передачи кадра при демонстрации с киноплёнки?

§ 5.17. РАЗВИТИЕ СРЕДСТВ СВЯЗИ

Нашу жизнь невозможно представить без мобильной телефонии, спутникового телевидения, глобальной сети Интернет. С каждым днём объём передаваемой и обрабатываемой информации стремительно возрастает. Это приводит к необходимости развивать и совершенствовать различные виды связи. Вкратце рассмотрим некоторые из них.

Ещё совсем недавно междугородная телефонная связь осуществлялась исключительно по воздушным линиям связи. Однако на надёжность такой связи существенное влияние оказывают метеоусловия (грозы, удары молний, сильный ветер), а также возможность обледенения проводов. Поэтому на практике широко применяются кабельные и радиорелейные линии связи.

Радиорелейные линии связи работают на ультракоротких (дециметровых и сантиметровых) волнах, которые способны распространяться в пределах прямой видимости. Поэтому радиорелейные линии состоят из цепочки маломощных радиостанций (ретрансляторов), каждая из которых передаёт сигналы к соседней, как бы по эстафете. Такие станции имеют мачты высоты 60—80 м, находящиеся на расстоянии 40—60 км друг от друга. Радиорелейные линии связи использовались для организации телеграфных и телефонных станций, каналов теле- и радиовещания. Сейчас их применяют в системах сотовой связи. Отметим, что протяжённость современной линии радиорелейной связи может составлять 10 000 км, а скорость передачи данных — до 1 Гбит/с.

В настоящее время всё большей популярностью пользуются *оптоволоконные линии связи*. В них передача информации основана на многократном полном отражении светового луча, распространяющегося по световоду. Об устройстве и принципе его действия вы узнаете позже. Благодаря конструктивным особенностям световодов и малому затуханию сигнала в них, волоконно-оптическую связь можно исполь-

зовать на значительных расстояниях. Кроме того, световоды не подвержены коррозии, на них не действуют электрические и магнитные поля, которые могут создавать помехи в линиях передачи информации, изготовленных из других материалов.

Волоконно-оптическую связь устанавливают в бортовых космических, самолётных и корабельных системах, её используют для передачи информации на большие расстояния, для предоставления высокоскоростного доступа к сети Интернет.

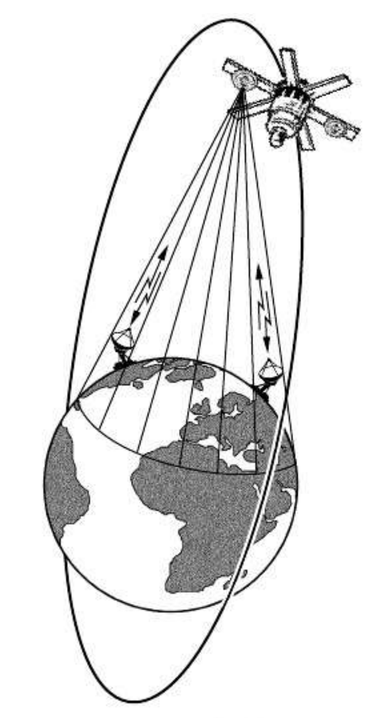


Рис. 5.44

Спутниковая связь — один из видов радиосвязи, основанный на использовании искусственных спутников Земли в качестве ретрансляторов (рис. 5.44). Для этого их выносят на очень большую высоту: от сотен до десятков тысяч километров. Спутники бывают геостационарными и низкоорбитальными. Геостационарные спутники запускаются на орбиту радиусом примерно 36 000 км. На этой орбите период обращения спутника равен 24 ч, и поэтому спутник всё время находится над одной и той же точкой поверхности Земли. Однако на геостационарной орбите нельзя располагать слишком большое количество спутников связи, так как иначе могут возникнуть сбои в их работе. Именно поэтому развиваются и низкоорбитальные спутниковые системы.

Спутниковые системы связи применяют для ретрансляции телевизионных программ на всю территорию страны, предоставления телекоммуникационных услуг абонентам в удалённых и труднодоступных регионах, организации мобильной телефонной связи и передачи информации в сети Интернет. В настоящее время активно используются *глобальные навигационные спутниковые системы* GPS и ГЛОНАСС. В сферу их задач входит определение географических координат объектов и точного времени, решение военных навигационных задач, координация и обслуживание космических станций и аппаратов.

? 1. Имеются ли существенные различия между условиями распространения радиоволн на Земле и на Луне?

2. На рисунке 5.45 изображена приёмная антенна телевизора. Что можно сказать об ориентации колебаний вектора магнитной индукции волны, идущей из телецентра?

3. Почему увеличение дальности радиосвязи с космическими кораблями в 2 раза требует увеличения мощности передатчика в 4 раза, а увеличение дальности радиолокации в 2 раза требует увеличения мощности передатчика в 16 раз? Излучатель радиоволн считать точечным и поглощением энергии средой пренебречь.



Рис. 5.45

УПРАЖНЕНИЕ 5

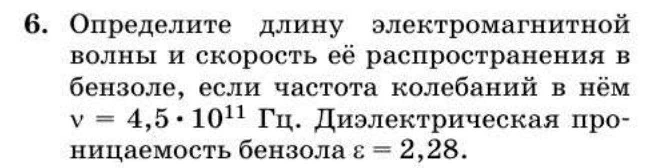
1. На какую длину волны настроен колебательный контур, если он состоит из катушки, индуктивность которой $L = 2 \cdot 10^{-3}$ Гн, и плоского конденсатора? Расстояние между пластинами конденсатора $d = 1$ см, диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего пространство между пластинами, $\varepsilon = 11$ и площадь пластин $S = 800$ см^2.

2. Катушка с индуктивностью $L = 3 \cdot 10^{-5}$ Гн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S = 100$ см^2. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 0{,}1$ мм. Чему равна диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между обкладками конденсатора, если контур настроен на длину волны $\lambda = 750$ м?

3. Ёмкость конденсатора колебательного контура приёмника равна C. На какую длину волны настроен контур приёмника, если отношение максимального значения напряжения на конденсаторе к максимальному значению силы тока в катушке контура при резонансе равно k?

4. Контур радиоприёмника настроен на радиостанцию, частота которой $\nu_1 = 9$ МГц. Как нужно изменить ёмкость переменного конденсатора колебательного контура приёмника, чтобы он был настроен на длину волны $\lambda_2 = 50$ м?

5. Изменение силы тока в антенне радиопередатчика происходит по закону $i = 0{,}3 \sin\,(1{,}57 \cdot 10^6 t)$ (все величины выражены в единицах СИ). Найдите длину излучаемой электромагнитной волны.



6. Определите длину электромагнитной волны и скорость её распространения в бензоле, если частота колебаний в нём $\nu = 4{,}5 \cdot 10^{11}$ Гц. Диэлектрическая проницаемость бензола $\varepsilon = 2{,}28$.



Рис. 5.46

7. Вибратор, имеющий длину $l = 0{,}5$ м, погружён в сосуд с керосином ($\varepsilon = 2$). Чему равна на выходе из сосуда длина электромагнитной волны, излучённой данным вибратором?

8. Радиостанция передаёт звуковой сигнал частотой 440 Гц (тон «ля») для настройки музыкальных инструментов. Определите число колебаний высокой частоты, переносящих одно колебание звуковой частоты, если передатчик работает на волне длиной 50 м.

9. Антенна телевизора (пункт C, рис. 5.46) наряду с волной, идущей непосредственно от передающей станции (пункт A), принимает волну, отражённую от железной крыши здания (пункт B). Вследствие этого изображение двоится. На сколько сдвинуты изображения друг относительно друга, если $AC = BC = 4$ км и $AB = 3$ км? Ширина экрана телевизора $l = 50$ см.

10. Найдите глубину разведки по поверхности моря каждого из радиолокаторов корабля, если один из них расположен на высоте 8 м над уровнем моря, второй — на высоте 15 м, а третий — на высоте 25 м.

11. Радиолокатор работает в импульсном режиме. Продолжительность импульса 10^{-6} с, импульсы следуют 1000 раз в секунду. Определите наибольшую и наименьшую дальность обнаружения цели таким радиолокатором.

12. Высота излучающей антенны телевизионного передатчика над уровнем Земли 500 м, а высота приёмной антенны телевизионного приёмника 10 м. На каком предельном расстоянии от передатчика можно вести приём?

---

1. Подготовьте презентацию на одну из тем по выбору: «Симметрия в природе», «Симметрия в искусстве», «Принцип симметрии в технике».
2. Подготовьте сообщение на тему «Применение радиолокации».
3. Подготовьте презентацию на одну из тем по выбору: «От дымовых сигнальных огней до спутниковой связи», «Спутниковая сеть: достоинства и недостатки».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Памятки для ученика

Этапы поиска путей решения проблемы

1. Выявление проблемы (противоречия между старым и новым знанием, конфликта точек зрения, ситуации неопределённости).
2. Выдвижение гипотезы решения проблемы.
3. Проверка гипотезы: выбор методов, отбор источников информации, получение и интерпретация результатов.
4. Подтверждение или опровержение гипотезы. При опровержении — выдвижение новой гипотезы.

Этапы работы над проектом. Цель проектной деятельности — создание нового материального или нематериального продукта

1. Выбор тематики.
2. Определение задач, которые необходимо решить для создания продукта.
3. Планирование деятельности по решению задач.
4. Работа над проектом.
5. Оформление результатов работы.
6. Презентация проекта.

Этапы проведения исследования. Цель учебно-исследовательской деятельности — создание нового знания

1. Выбор темы.
2. Определение задач, которые необходимо решить.

3. Выдвижение гипотезы, позволяющей решить поставленные задачи.

4. Проверка гипотезы: выбор методов, отбор источников информации, получение и интерпретация результатов.

5. Оформление результатов работы.

6. Защита работы.

Некоторые критерии оценки проекта и исследования

1. Значимость и актуальность темы.
2. Активность участников проекта, исследования.
3. Глубина проникновения в проблему.
4. Качество представления и оформления результатов, презентации.
5. Аргументация своего мнения при защите работы.

Обобщающие проекты

1. Сделайте презентацию (по материалам художественных произведений, на основе анализа живописи, современного кинематографа, мультипликационных фильмов), демонстрирующую проявление различных колебательных или волновых процессов.
2. Сделайте рекламу радаров различного назначения.
3. Подготовьте социальную акцию, посвящённую проблеме энергосбережения.
4. Создайте хронологическую ленту «Открытия в физике (раздел «Колебания и волны»): причины, личность учёного, появление технологий, окружающая среда».

Информационные ресурсы

http://gotourl.ru/8070
http://gotourl.ru/8071
http://gotourl.ru/8072
http://gotourl.ru/8073
http://gotourl.ru/8074

ОТВЕТЫ К УПРАЖНЕНИЯМ

Упражнение 1

1. $x = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ м; $v_x = 0{,}11$ м/с; $a_x = -0{,}17$ м/с^2.

2. Увеличится.

3. Увеличится приблизительно в 1,000093 раза.

4. Период колебаний математического маятника равен $T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{g'}}$, где $\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a}$ — ускорение свободного падения в неинерциальной системе отсчёта, связанной с вагоном.

Модуль вектора $\vec{g}'$ равен $g' = \sqrt{g^2 + a^2}$. Следовательно,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}}.$$

5. а) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a}}$; б) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a}}$.

6. Увеличится в $\sqrt{1 + \frac{qE}{mg}}$ раз.

7. Период вертикальных колебаний уменьшится в 2 раза.

8. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$.

9. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2}{(m_1 l_1 + m_2 l_2)g}}$.

10. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 h^2 m}}}$.

11. $T = \pi r\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 m r}{2 q_0 q}}$.

12. Тело достигнет центра Земли за время

$t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R}{g}} \approx 21$ мин.

Здесь $R = 6400$ км — радиус Земли.

13. $x = 2{,}8 \cdot 10^{-2}\sin\left(\frac{\pi t}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$.

Упражнение 2

1. $I_{m2} = I_{m1}\sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = I_{m1}\sqrt{2}$.

2. $i = U\sqrt{\frac{C}{2L}} = 0{,}1$ А.

3. $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{ld}{\varepsilon_0\mu_0 N^2 S_1 S_2}} \approx 2{,}4$ МГц.

4. Частота собственных колебаний контура определяется формулой Томсона

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

а) Если в катушке находится медный сердечник, то при периодических изменениях магнитного поля катушки в нём возникнут индукционные токи (токи Фуко), магнитное поле которых будет ослаблять магнитное поле катушки. Это приведёт к уменьшению индуктивности катушки и, следовательно, к увеличению частоты.

б) Если внести в катушку сердечник из феррита, то магнитное поле катушки увеличится. Соответственно увеличится индуктивность L катушки, а частота ω уменьшится.

5. Без постоянного магнита было бы удвоение частоты колебаний. В этом случае при прохождении через катушку телефона синусоидального тока мембрана совершала бы два колебания за один период колебаний силы тока, так как зависимость от времени индукции B магнитного поля, создаваемого этим током, имела бы вид, показанный на рисунке 1, *а*, а сила притяжения мембраны не зависит от знака B.

В присутствии постоянного магнита, создающего магнитную индукцию, превышающую максимальную индукцию поля тока, график результирующей индукции будет иметь

вид, изображённый на рисунке 1, *б*. Поэтому теперь одно колебание тока будет соответствовать одному колебанию мембраны и удвоения частоты не произойдёт.

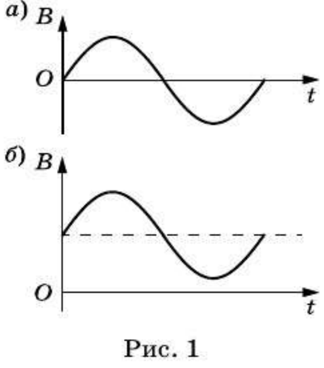


Рис. 1

6. Решение. Смещение электронного луча под влиянием поданного напряжения вдоль вертикали запишется так:

$$y = \frac{lL}{dU} U_{m1} \cos \omega t = b \cos \omega t$$

(см. задачу 4 в § 3.21 курса «Электродинамика»). Вдоль горизонтали (ось X) смещение луча

$$x = \frac{lL}{2dU_0} U_{m2} \cos (\omega t - \varphi) = a \cos (\omega t - \varphi).$$

Для получения уравнения траектории нужно исключить из полученных уравнений время. После несложных преобразований получим уравнение

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \varphi = \sin^2 \varphi.$$

а) Если $\varphi = \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, то $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Это уравнение эллипса.

б) Если $\varphi = \varphi_2 = \pi$, то $y = -\frac{b}{a} x$, т. е. колебания происходят вдоль прямой (рис. 2), составляющей с осью Y угол α, определяемый равенством $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$.

7. $m = \frac{U^2 \tau (1 + \alpha t_1)}{r R_1 (1 + \alpha t_2)} \approx 7{,}1 \cdot 10^{-3}$ кг = 7,1 г. (Здесь $t_2 = 100$ °C.)

8. 0,09 Гн.

9. $\cos \varphi_c = \frac{2P}{I_m U_m}$, $\varphi_c = -36°$.

10. 250 Ом; 0,4 А; 60 В; 80 В; 53°.

11. а) Для схемы, изображённой на рисунке 2.39, *а*: 1,25 А; 150 В; 200 В;

б) для схемы (см. рис. 2.39, *б*): 2,6 А; 2,1 А; 1,6 А.

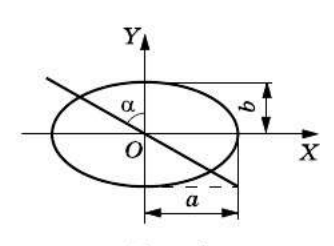


Рис. 2

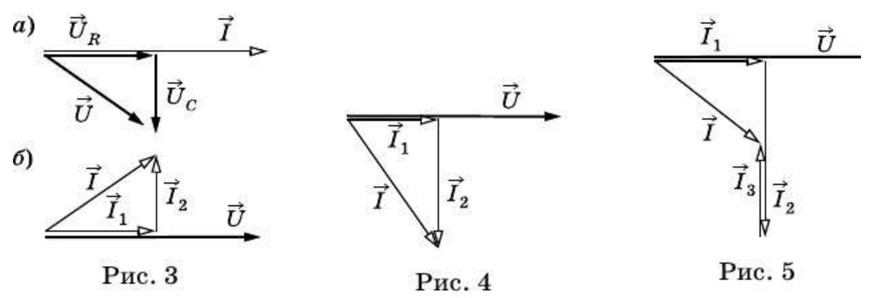


Рис. 3 Рис. 4 Рис. 5

Соответствующие векторные диаграммы построены на рисунке 3, *а*, *б*.

12. 2,8 А; –58°; 50 мкФ; 5,3 А.

13. 7 А, 56 В, 105 В (для схемы рис. 2.40, *а*); 17 А, 8 А, 15 А (для схемы рис. 2.40, *б*).

Векторная диаграмма построена на рисунке 4.

14. $I = 11{,}1$ А; $I_1 = 10{,}3$ А; $I_2 = 9{,}8$ А; $I_3 = 5{,}5$ А. Векторная диаграмма изображена на рисунке 5.

15. $C_{1,2} = \dfrac{P}{2\pi\nu U^2}\left(\dfrac{\sqrt{1-\cos^2\varphi_1}}{\cos\varphi_1} - \dfrac{\sqrt{1-\cos^2\varphi_2}}{\cos\varphi_2}\right) = 470$ мкФ.

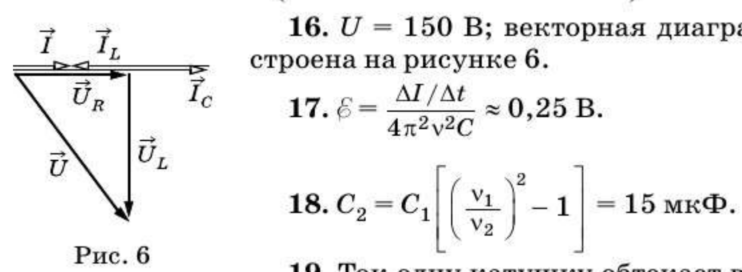


Рис. 6

16. $U = 150$ В; векторная диаграмма построена на рисунке 6.

17. $\mathcal{E} = \dfrac{\Delta I/\Delta t}{4\pi^2\nu^2 C} \approx 0{,}25$ В.

18. $C_2 = C_1\left[\left(\dfrac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 - 1\right] = 15$ мкФ.

19. Ток одну катушку обтекает в направлении по часовой стрелке, а другую — против часовой стрелки, поэтому векторы индукции магнитных полей в катушках направлены противоположно. Следовательно, ЭДС, индуцируемые в катушках при их включении в качестве катушек обратной связи, имеют противоположные фазы. Вследствие этого потенциал на сетке лампы при включении каждой из катушек имеет противоположный знак.

20. Возникнут автоколебания.

Упражнение 3

1. 1000, 750, 500, 300 об/мин; ≈ 68 об/мин.

2. 465; 150.

3. $e_2 = N_2\Phi'(t) = 314\sin 314t$ (в единицах СИ); $\mathcal{E}_2 \approx 220$ В.

4. В первом случае $U_2 = U_1$, а во втором — $U_2' = 2U_1$ (повышающий автотрансформатор).

5. $U_2 = \frac{U_1}{k} - I_2 r = 16$ В; $R = \frac{U_2}{I_2} = 3{,}2$ Ом.

6. Второй.

7. 155 В; –310 В; 155 В.

8. 3800 В; 6600 В.

9. При включении в сеть с напряжением 220 В — соединение треугольником, при включении в сеть с напряжением 380 В — соединение звездой. При включении двигателя в сеть с напряжением 220 В при соединении его обмоток звездой двигатель не будет развивать той мощности, на которую рассчитан. А при включении двигателя в сеть напряжением 380 В при соединении его обмоток треугольником двигатель будет развивать мощность больше расчётной. Обмотки его перегреются, и двигатель может выйти из строя.

10. Соединение клемм *A*, *B* и *C* (или *X*, *Y* и *Z*) даёт звезду (рис. 7, *а*). Соединение накоротко *AZ*, *BX*, *CY* даёт треугольник (рис. 7, *б*).

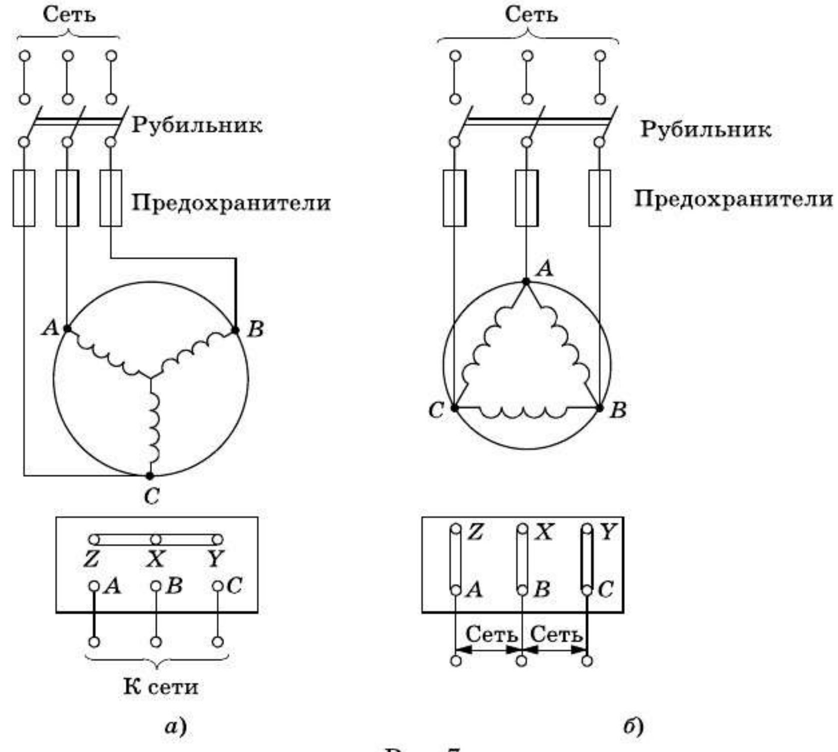


Рис. 7

11. Чтобы уменьшить силу тока в обмотке статора во время пуска двигателя.

12. Р е ш е н и е. Поток вектора магнитной индукции через рамку равен

$$\Phi = Bab\cos(\omega - \Omega)t.$$

Согласно закону электромагнитной индукции ЭДС, наводимая в рамке, равна:

$$e = -\Phi' = Bab(\omega - \Omega)\sin(\omega - \Omega)t.$$

Следовательно, сила тока в рамке со временем изменяется по закону

$$i = \frac{Bab(\omega - \Omega)}{R}\sin(\omega - \Omega)t.$$

Отсюда амплитудное значение силы тока I_m равно:

$$I_m = \frac{Bab(\omega - \Omega)}{R}.$$

Зависимость I_m от Ω линейная.

13. Р е ш е н и е. Момент сил, приложенных к рамке, равен:

$$M = iBab\sin(\omega - \Omega)t.$$

Согласно решению задачи 12

$$i = \frac{Bab(\omega - \Omega)}{R}\sin(\omega - \Omega)t.$$

Следовательно,

$$M = \frac{B^2a^2b^2(\omega - \Omega)\sin^2(\omega - \Omega)t}{R}.$$

Амплитудное значение момента

$$M_m = \frac{B^2a^2b^2(\omega - \Omega)}{R}.$$

Подобная зависимость имеет место в асинхронных двигателях.

14. а) $U_2 = 127$ В, $K_ф = 26$, $K_л = 26$;

б) $U_2 = 73{,}3$ В, $K_ф = 26$, $K_л = 45$;

в) $U_2 = 220$ В, $K_ф = 26$, $K_л = 15$;

г) $U_2 = 127$ В, $K_ф = 26$, $K_л = 26$.

15. В первом случае 5,5%, во втором — 0,055%.

16. $P_п = \left(\frac{P}{U\cos\varphi}\right)^2 R \approx 14$ кВт.

17. $\frac{U_1}{U} = \sqrt{\frac{\Delta W_п}{0{,}001Pt}} \approx 3$ (здесь $t = 1$ сут $= 24$ ч).

18. 0,18 Ом.

19. 500 МВт.

Упражнение 4

1. $\nu = \frac{v}{4l} \approx 812$ Гц.

2. $\nu = 100$ Гц, $v = 2090$ м/с, $\lambda = 20{,}9$ м, $u_m = 0{,}13$ м/с.

3. $v = \frac{2\pi(l_2 - l_1)}{T\Delta\varphi} = 3{,}6$ км/с.

4. $s = -3{,}0 \cdot 10^{-2}$ м. Знак «минус» означает, что точка сместилась в направлении, противоположном направлению движения вибратора в начальный момент времени.

5. $\nu = \frac{v}{2l}k$, где $k = 1, 2, 3, \ldots$. $\nu = 50$ Гц; 100 Гц; 150 Гц; ... .

6. Частота будет минимальной при условии, если длина стоячей волны максимальна. В трубе при этом укладывается четверть или половина длины волны.

В открытой с одного конца трубе может уложиться четверть длины волны ($\lambda_1 = 4l$). У закрытого конца — узел смещений частиц воздуха, а у открытого — пучность. Следовательно,

$$\nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4l} = 85 \text{ Гц}.$$

В двух других случаях в трубе укладывается половина длины волны: $\lambda_2 = \lambda_3 = 2l$. У открытой трубы на концах пучности, а у закрытой, наоборот, узлы смещений. Следовательно,

$$\nu_2 = \nu_3 = \frac{v}{2l} = 170 \text{ Гц}.$$

7. Силу натяжения струны надо увеличить в 4 раза.

8. $v_1 = \frac{lv}{l - v\tau} = 5100$ м/с.

9. Р е ш е н и е. Длина волны в первом опыте $\lambda_1 = \frac{l}{n}$, где n — число длин волн, укладывающихся на расстоянии l. Во втором опыте $\lambda_2 = \frac{l}{n-2}$. До повышения температуры скорость звука была $\upsilon_1 = \nu\lambda_1 = \frac{\nu l}{n}$, а после повышения температуры $\upsilon_2 = \nu\lambda_2 = \frac{\nu l}{n-2}$. Так как $n = \frac{\nu l}{\upsilon_1}$, то

$$\upsilon_2 = \frac{\nu l \upsilon_1}{\nu l - 2\upsilon_1}. \qquad (1)$$

Из условия задачи следует, что скорость звука изменяется с изменением температуры по линейному закону:

$$\upsilon_2 = \upsilon_1(1 + \alpha\Delta T), \qquad (2)$$

где

$$\alpha = \frac{0{,}5}{330}\ \text{К}^{-1}.$$

Сравнивая выражения (1) и (2), получим:

$$\frac{\nu l \upsilon_1}{\nu l - 2\upsilon_1} = \upsilon_1(1 + \alpha\Delta T).$$

Отсюда

$$l = \frac{2\upsilon_1(1 + \alpha\Delta T)}{\nu\alpha\Delta T} \approx 450\ \text{м}.$$

10. Учитывая закон преломления, получим:

$$\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}.$$

11. При распространении волн частота колебаний не изменяется при переходе из одной среды в другую, поэтому $\upsilon_1 = 2\upsilon_2$.

12. $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 4{,}35.$

13. Если расстояние между источниками меньше половины длины волны, то ни в одной точке пространства разность хода не будет равна $\frac{\lambda}{2}$ и, следовательно, не будет полного гашения волн.

14. $H = \frac{v}{2}\sqrt{t_2^2 - t_1^2}$.

15. $E = \rho v^2 = 7{,}0 \cdot 10^{10}$ Па.

Упражнение 5

1. $\lambda = 2\pi c\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 SL}{d}} \approx 2350$ м.

2. $\varepsilon = \frac{\lambda^2 d}{4\pi^2 c^2 \varepsilon_0 LS} \approx 6$.

3. $\lambda = 2\pi cCk$.

4. $\frac{C_2}{C_1} = \left(\frac{\lambda_2 \nu_1}{c}\right)^2 = 2{,}25$. Здесь C_1 — начальная, а C_2 — новая ёмкость переменного конденсатора.

5. 1200 м.

6. $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} = 2 \cdot 10^8$ м/с. $\lambda = \frac{v}{\nu} = 4{,}4 \cdot 10^{-4}$ м.

Указание. Учесть, что при переходе из одной среды в другую частота колебаний электромагнитной волны не изменяется.

7. На вибраторе образуется стоячая волна, длина которой $\lambda = 2l$. В пустоте длина волны (как и скорость) больше в $\sqrt{\varepsilon}$ раз. Следовательно, в пустоте $\lambda_0 = 2l\sqrt{\varepsilon}$.

8. 13 600.

9. Отражённая от крыши волна достигает приёмной антенны с запаздыванием на $\tau = \frac{AB}{c} = 10^{-5}$ с. Скорость электронного луча вдоль экрана $v = \frac{l}{\Delta t}$, где $\Delta t = \frac{1}{25 \cdot 625}$ с — время, в течение которого луч прочерчивает одну строку. (Временем обратного хода луча пренебрегаем.) Смещение изображений $\Delta l = v\tau \approx 7{,}8$ см.

10. 10 км; 14 км; 18 км.

11. 150 км; 150 м.

12. 91 км.

Оглавление